

УДК 519.1

DOI: 10.18101/2304-5728-2018-3-14-21

ОБ ОДНОМ СЕМЕЙСТВЕ E-ЗАМКНУТЫХ КЛАССОВ ГИПЕРФУНКЦИЙ РАНГА K

© **Пантелеев Владимир Иннокентьевич**

доктор физико-математических наук, профессор,
Иркутский государственный университет
Россия, 664003, г. Иркутск, ул. К. Маркса, 1
E-mail: vl.panteleyev@gmail.com

© **Рябец Леонид Владимирович**

кандидат физико-математических наук, доцент,
Иркутский государственный университет
Россия, 664003, г. Иркутск, ул. К. Маркса, 1
E-mail: l.riabets@gmail.com

Гиперфункции представляют собой функции, заданные на конечном множестве и принимающие в качестве своих значений все непустые подмножества рассматриваемого множества. В теории дискретных функций интересным и важным является вопрос классификации относительно различных операторов замыкания. Одним из таких операторов является оператор замыкания с разветвлением по предикату равенства (E-оператор). Такой оператор относится к категории сильных операторов замыкания.

В статье рассматривается семейство классов гиперфункций ранга k , сохраняющих перестановки на k -элементном множестве. Показано, что такие классы являются E-замкнутыми. В случае, если перестановка распадается на циклы одинаковой простой длины, то такие классы являются E-предполными. Кроме этого показано, что множество, содержащее все функции-константы и функцию, возвращающую на всех наборах некоторое зафиксированное непустое подмножество исходного множества, является E-полным.

Ключевые слова: замыкание; предикат равенства; гиперфункция; замкнутое множество; суперпозиция; предполное множество; клон.

Введение

В теории дискретных функций, наряду со всюду определенными функциями k -значной логики, изучаются и функции, определенные не на всех наборах. К не всюду заданным функциям на конечном множестве относятся в том числе гиперфункции, у которых неопределенность понимается как некоторое неодноэлементное непустое подмножество конечного множества, на котором эти функции заданы. Для уточнения операции суперпозиции гиперфункций требуется определить их значения на наборах, составленных из подмножеств. В тоже время в качестве оператора замыкания на множестве гиперфункций можно рассматривать операторы, которые существенно сильнее суперпозиции и могут порождать конечную классификацию функций. К таким операторам относится, в частности, оператор замыкания с разветвлением по предикату равенства [1].

Исследование его свойств на множестве булевых функций, частичных булевых функций и на множестве функций многозначной логики можно посмотреть в работах [2, 3], в работе [5] для множества частичных булевых функций найдены все замкнутые классы. В [6] для гиперфункций на двухэлементном множестве был сформулирован критерий функциональной полноты. Для гиперфункций на трехэлементном множестве в [7] были описаны классы гиперфункций, сохраняющих некоторое множество.

В настоящей работе рассматриваются действия оператора замыкания с разветвлением по предикату равенства на множестве гиперфункций ранга k .

1. Основные определения

Пусть $E_k = \{0, 1, \dots, k-1\}$ и 2^{E_k} — множество всех подмножеств E_k . Определим множество H_k — множество всех гиперфункций ранга k :

$$H_k^n = \{f \mid f: E_k^n \rightarrow 2^{E_k} \setminus \{\emptyset\}\}, \quad H_k = \bigcup_n H_k^n.$$

Говоря о гиперфункциях, удобно не различать одноэлементное множество и элемент этого множества, поэтому в дальнейшем одноэлементное множество $\{b\}$ будем обозначать символом b .

Если P_k — множество функций k -значной логики, то справедливо включение $P_k \subset H_k$.

Пусть $f(x_1, \dots, x_n)$, $f_1(x_1, \dots, x_m)$, \dots , $f_n(x_1, \dots, x_m)$ — гиперфункции. Суперпозиция

$$f(f_1(x_1, \dots, x_m), \dots, f_n(x_1, \dots, x_m))$$

определяет гиперфункцию $g(x_1, \dots, x_m)$ следующим образом, если набор $(a_1, \dots, a_m) \in E_k^m$, то по определению

$$g(a_1, \dots, a_m) = \bigcup_{b_i \in f_i(a_1, \dots, a_m)} f(b_1, \dots, b_n).$$

Будем говорить, что гиперфункция $g(x_1, \dots, x_m)$ получается из гиперфункций $f_1(x_1, \dots, x_m)$, $f_2(x_1, \dots, x_m)$ с помощью операции разветвления по предикату равенства, если для некоторых $i, j \in \{1, \dots, m\}$ выполняется

$$g(x_1, \dots, x_m) = \begin{cases} f_1(x_1, \dots, x_m), & \text{если } x_i = x_j; \\ f_2(x_1, \dots, x_m), & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Для множества $Q \subset H_k$ определим E-замыкание как множество всех гиперфункций из H_k , которые можно получить из множества Q с помощью операций введения фиктивных переменных, отождествления переменных, суперпозиции и разветвления по предикату равенства. Множество гиперфункций, совпадающее со своим E-замыканием, называется E-замкнутым классом.

2. E-полные множества гиперфункций

В [3] показано, что система констант $\{0, 1, \dots, k-1\}$ E-полна в классе P_k . Для гиперфункций справедливо следующее утверждение.

Теорема 1. При любом $k \geq 2$ система гиперфункций $\{0, 1, \dots, k-1, \{0, 1, \dots, k-1\}\}$ E-полна в классе H_k .

Доказательство. Пусть $f(x_1, \dots, x_n)$ — произвольная гиперфункция из H_k . Определим в классе P_k функции $h_1(x_1, \dots, x_n), \dots, h_{k-1}(x_1, \dots, x_n)$ и $g(x_1, \dots, x_k)$ по следующему принципу.

Если $f(a_1, \dots, a_n) = c$, где c — элемент множества E_k , то $h_1(a_1, \dots, a_n) = c, \dots, h_{k-1}(a_1, \dots, a_n) = c$ и $g(c, \dots, c, 0) = c, \dots, g(c, \dots, c, k-1) = c$.

Если $f(a_1, \dots, a_n) = \{t_1, \dots, t_m\}$, где $1 < m \leq k-1, t_i \in E_k$, то $h_1(a_1, \dots, a_n) = t_1, h_2(a_1, \dots, a_n) = t_2, \dots, h_m(a_1, \dots, a_n) = t_m, h_{m+1}(a_1, \dots, a_n) = t_m, \dots, h_{k-1}(a_1, \dots, a_n) = t_m$. Функция g формируется следующим образом: $g(t_1, t_2, \dots, t_m, t_m, \dots, t_m, i) = t_i$ для $1 \leq i \leq m$ и $g(t_1, t_2, \dots, t_m, t_m, \dots, t_m, j) = t_m$ при $j = 0, m < j \leq k-1$.

Если $f(a_1, \dots, a_n) = \{0, 1, \dots, k-1\}$, то положим $h_1(a_1, \dots, a_n) = k-1, \dots, h_{k-1}(a_1, \dots, a_n) = 1$, а также $g(k-1, k-2, \dots, 2, 1, i) = i$, где $0 \leq i \leq k-1$.

Тогда гиперфункцию $f(x_1, \dots, x_n)$ можно представить следующей суперпозицией функций из класса P_k и гиперфункции $\{0, 1, \dots, k-1\}$.

$$f(x_1, \dots, x_n) = g(h_1(x_1, \dots, x_n), \dots, h_{k-1}(x_1, \dots, x_n), \{0, 1, \dots, k-1\}).$$

Теорема доказана.

Следствие. При любом $k \geq 2$ система гиперфункций $\{0, 1, \dots, k-1, A\}$, где A — тождественная отличная от константы гиперфункция, E-полна в классе H_k .

Доказательство. Укажем механизм построения гиперфункции $\{0, 1, \dots, k-1\}$ с использованием констант $0, 1, \dots, k-1$ и гиперфункции $f \equiv A$.

Пусть c — некоторая константа, такая, что $c \notin A$. Построим гиперфункцию

$$g(x_1, x_2) = \begin{cases} c, & \text{если } x_1 = x_2; \\ A, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Выберем константу b такую, что $b \in A$. Суперпозиция $g(f(x), b)$ определяет гиперфункцию, которая на всех наборах принимает значение равное $A \cup c$.

Применяя указанный способ построения гиперфункций нужное количество итераций, можно получить гиперфункцию вида $\{0, 1, \dots, k-1\}$. Следствие доказано.

3. Классы гиперфункций, сохраняющих перестановки

Пусть π — некоторая перестановка на множестве $E_k = \{0, 1, \dots, k-1\}$.

Определим класс гиперфункций S_π^- следующим образом:

$$S_\pi^- = \{f \in H_k \mid \pi(f(\alpha_1, \dots, \alpha_n)) \cap f(\pi(\alpha_1), \dots, \pi(\alpha_n)) \neq \emptyset, \alpha_i \in E_k\},$$

где для любого множества B , являющегося подмножеством E_k , множество πB понимается как $\{\pi b \mid b \in B\}$.

Теорема 2. Класс S_π^- замкнут относительно операции суперпозиции.

Доказательство. Пусть гиперфункции $f(x_1, \dots, x_m)$, $f_1(x_1, \dots, x_n)$, \dots , $f_m(x_1, \dots, x_n)$ принадлежат классу S_π^- и пусть

$$h(x_1, \dots, x_n) = f(f_1(x_1, \dots, x_n), \dots, f_m(x_1, \dots, x_n)).$$

Покажем, что гиперфункция $h(x_1, \dots, x_n)$ принадлежит классу S_π^- , а именно, для любого набора $(\alpha_1, \dots, \alpha_n) \in E_k^n$ выполняется

$$\pi(h(\alpha_1, \dots, \alpha_n)) \cap h(\pi(\alpha_1), \dots, \pi(\alpha_n)) \neq \emptyset.$$

По определению

$$\begin{aligned} \pi(h(\alpha_1, \dots, \alpha_n)) &= \pi\left(\bigcup_{\gamma_i \in f_i(\alpha_1, \dots, \alpha_n)} f(\gamma_1, \dots, \gamma_m)\right) = \bigcup_{\gamma_i \in f_i(\alpha_1, \dots, \alpha_n)} \pi(f(\gamma_1, \dots, \gamma_m)) = A, \\ h(\pi(\alpha_1), \dots, \pi(\alpha_n)) &= \bigcup_{\delta_i \in f_i(\pi(\alpha_1), \dots, \pi(\alpha_n))} f(\delta_1, \dots, \delta_m) = B. \end{aligned}$$

Для набора $(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ и для любого i выполняется

$$\pi(f_i(\alpha_1, \dots, \alpha_n)) \cap f_i(\pi(\alpha_1), \dots, \pi(\alpha_n)) \neq \emptyset,$$

т.е. существует такой набор $(\delta_1, \dots, \delta_m)$, что $\delta_i \in \pi(f_i(\alpha_1, \dots, \alpha_n))$ и $\delta_i \in f_i(\pi(\alpha_1), \dots, \pi(\alpha_n))$. Пусть $\delta_i = \pi(\sigma_i)$, где $\sigma_i \in f_i(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$.

Рассмотрим значение $f(\delta_1, \dots, \delta_m)$. С одной стороны, в силу того, что $\delta_i \in f_i(\pi(\alpha_1), \dots, \pi(\alpha_n))$, все элементы этого множества содержатся в B . С другой стороны, $f(\delta_1, \dots, \delta_m) = f(\pi(\sigma_1), \dots, \pi(\sigma_m))$ и $\sigma_i \in f_i(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$. Для набора $(\sigma_1, \dots, \sigma_m)$ выполняется

$$\pi(f(\sigma_1, \dots, \sigma_m)) \cap f(\pi(\sigma_1), \dots, \pi(\sigma_m)) \neq \emptyset, \quad \sigma_i \in f_i(\alpha_1, \dots, \alpha_n).$$

Рассмотрим некоторый элемент $p \in E_k$ такой, что

$$p \in f(\pi(\sigma_1), \dots, \pi(\sigma_m)) = f(\delta_1, \dots, \delta_m), \quad \delta_i \in f_i(\pi(\alpha_1), \dots, \pi(\alpha_n)).$$

Это означает, что $p \in B$. В тоже время

$$p \in \pi(f(\sigma_1, \dots, \sigma_m)), \quad \sigma_i \in f_i(\alpha_1, \dots, \alpha_n).$$

Следовательно, $p \in A$. В итоге,

$$\pi(h(\alpha_1, \dots, \alpha_n)) \cap h(\pi(\alpha_1), \dots, \pi(\alpha_n)) \neq \emptyset.$$

Теорема доказана.

Теорема 3. Класс S_{π}^{-} замкнут относительно операции разветвления по предикату равенства.

Доказательство. Пусть гиперфункции $f_1(x_1, \dots, x_n)$, $f_2(x_1, \dots, x_n)$ принадлежат классу S_{π}^{-} и пусть

$$h(x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} f_1(x_1, \dots, x_n), & \text{если } x_i = x_j; \\ f_2(x_1, \dots, x_n), & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Применим к гиперфункции h перестановку π . Тогда

$$\pi(h(\alpha_1, \dots, \alpha_n)) = \begin{cases} \pi(f_1(\alpha_1, \dots, \alpha_n)), & \text{если } \alpha_i = \alpha_j; \\ \pi(f_2(\alpha_1, \dots, \alpha_n)), & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

$$h(\pi(\alpha_1), \dots, \pi(\alpha_n)) = \begin{cases} f_1(\pi(\alpha_1), \dots, \pi(\alpha_n)), & \text{если } \pi(\alpha_i) = \pi(\alpha_j); \\ f_2(\pi(\alpha_1), \dots, \pi(\alpha_n)), & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Но $\pi(\alpha_i) = \pi(\alpha_j) \Leftrightarrow \alpha_i = \alpha_j$, поэтому

$$h(\pi(\alpha_1), \dots, \pi(\alpha_n)) = \begin{cases} f_1(\pi(\alpha_1), \dots, \pi(\alpha_n)), & \text{если } \alpha_i = \alpha_j; \\ f_2(\pi(\alpha_1), \dots, \pi(\alpha_n)), & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Пусть $\alpha_i = \alpha_j$. Тогда $h(\alpha_1, \dots, \alpha_n) = f_1(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$. С другой стороны,

$$\pi(h(\alpha_1, \dots, \alpha_n)) = \pi(f_1(\alpha_1, \dots, \alpha_n))$$

и

$$h(\pi(\alpha_1), \dots, \pi(\alpha_n)) = f_1(\pi(\alpha_1), \dots, \pi(\alpha_n)).$$

По условию $\pi(f_1(\alpha_1, \dots, \alpha_n)) \cap f_1(\pi(\alpha_1), \dots, \pi(\alpha_n)) \neq \emptyset$. Тогда

$$\pi(h(\alpha_1, \dots, \alpha_n)) \cap h(\pi(\alpha_1), \dots, \pi(\alpha_n)) \neq \emptyset.$$

Если $\alpha_i \neq \alpha_j$, то $h(\alpha_1, \dots, \alpha_n) = f_2(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ и рассуждения проводятся аналогичным образом. Теорема доказана.

Замкнутость относительно отождествления переменных и введения фиктивных переменных показывается несложным образом.

Таким образом, классы S_{π}^{-} являются E-замкнутыми на множестве гиперфункций ранга k . Рассмотрим вопрос полноты таких классов.

Теорема 4. Если перестановка π разлагается в произведение циклов одной и той же простой длины p , то класс S_{π}^{-} является E-предполным в классе H_k .

Доказательство. Пусть π — перестановка из условия теоремы и функция $f(x_1, \dots, x_n)$ не принадлежит классу S_{π}^{-} . Это означает, что есть такой набор $(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ для которого выполняется

$$\pi(f(\alpha_1, \dots, \alpha_n)) \cap f(\pi(\alpha_1), \dots, \pi(\alpha_n)) = \emptyset.$$

Повторяя рассуждения из [4, п. 1.8], несложно показать, что гиперфункцию $f(x_1, \dots, x_n)$ можно считать одноместной.

Пусть для $f(x)$ и $\alpha \in E_k$ выполняется $\pi(f(\alpha)) \cap f(\pi(\alpha)) = \emptyset$. Положим $f(\alpha) = C$, $f(\pi(\alpha)) = B$. Рассмотрим наборы (c_1, α) и (c_2, α) , где $c_1, c_2 \in C$. Покажем, что такие наборы не лежат на одной орбите. Если они лежат на одной орбите, то для некоторого s выполняется $\pi^s(c_1, \alpha) = (c_2, \alpha)$. Тогда $\pi^s(c_1) = c_2$ и $\pi^s(\alpha) = \alpha$. Поэтому $s = tp$. Получили, что $c_2 = \pi^{tp}(c_1) = c_1$.

Аналогично, если наборы $(b_1, \pi(\alpha))$ и $(b_2, \pi(\alpha))$, где $b_1, b_2 \in B$ лежат на одной орбите, то $b_1 = b_2$.

Рассмотрим наборы вида (c, α) и $(b, \pi(\alpha))$, где $c \in C$, $b \in B$. Покажем, что они тоже не могут лежать на одной орбите. Если они лежат на одной орбите, то для некоторого s выполняется $\pi^s(c, \alpha) = (b, \pi(\alpha))$. Отсюда $\pi^{s-1}(\alpha) = \alpha$. Значит $s-1 = pt$ и $\pi^{pt+1}(c) = b$, значит $\pi(c) = b$. Что противоречит условию $\pi C \cap B = \emptyset$.

Таким образом, все наборы вида (c_1, α) , (c_2, α) , $(b_1, \pi(\alpha))$ и $(b_2, \pi(\alpha))$, где $c_1 \neq c_2$, $b_1 \neq b_2$, $c_1, c_2 \in C$, $b_1, b_2 \in B$ лежат на разных орбитах. Поэтому в классе S_π^- найдется гиперфункция $g(x, y)$, зависящая от 2-х аргументов, такая, что на указанных выше наборах она принимает некоторое одно и тоже значение β . Рассмотрим гиперфункцию $h(x) = g(f(x), x)$. По определению
$$h(\alpha) = \bigcup_{\gamma \in f(\alpha)=C} g(\gamma, \alpha) = \beta \quad \text{и}$$

$$h(\pi(\alpha)) = \bigcup_{\gamma \in f(\pi(\alpha))=B} g(\gamma, \pi(\alpha)) = \beta$$
. Функция $u(x) \equiv \{\alpha, \pi(\alpha)\}$ очевидно также принадлежит классу S_π^- . Суперпозиция $h(u(x)) = h(\{\alpha, \pi(\alpha)\})$ тождественно равна константе β .

С учетом того, что гиперфункция, тождественно равная множеству E_k , лежит в любом классе S_π^- , получаем справедливость утверждения. Теорема доказана.

Заключение

В работе рассмотрено семейство классов гиперфункций, сохраняющих перестановки на множестве E_k и замкнутых относительно оператора суперпозиции и оператора разветвления по предикату равенства. Показано, что, если перестановка разлагается в произведение циклов одной и той же простой длины, то такие классы являются предполными в классе гиперфункций ранга k . В [7] описаны E-предполные классы гиперфункций ранга 3, сохраняющие некоторое подмножество E_3 . Эти результаты могут быть обобщены для гиперфункций, заданных на произвольном множестве.

Литература

1. Марченков С. С. Операторы замыкания с разветвлением по предикату // Вестник МГУ. Сер. 1. Математика и механика. 2003. № 6. С. 37–39.
2. Марченков С. С. Оператор замыкания с разветвлением по предикату равенства на множестве частичных булевых функций // Дискрет. математика. 2008. Т. 20, вып. 6. С. 80–88.
3. Марченков С. С. Оператор E-замыкания на множестве частичных функций многозначной логики // Математические вопросы кибернетики. М.: Физматлит, 2013. Т. 18. С. 227–238.
4. Марченков С. С. Функциональные системы с операцией суперпозиции. М.: Физматлит, 2004. 104 с.
5. Матвеев С. А. Построение всех E-замкнутых классов частичных булевых функций // Математические вопросы кибернетики. М.: Физматлит, 2013. Т. 18. С. 239–244.
6. Пантелеев В. И., Рябец Л. В. Оператор замыкания с разветвлением по предикату равенства на множестве гиперфункций ранга 2 // Известия Иркутского гос. университета. Сер. Математика. 2014. Т. 10. С. 93–105.
7. Рябец Л. В., Гончарова М. И. О некоторых E-предполных классах гиперфункций ранга 3 // Алгебра и теория моделей 11: тр. XII Междунар. летней школы-конф. «Пограничные вопросы теории моделей и универсальной алгебры» (г. Новосибирск, 23–29 июня 2017 г.). Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2017. С. 130–133.

ON ONE AGGREGATE OF E-CLOSED CLASSES OF HYPERFUNCTIONS OF K RANK*Vladimir I. Panteleev*

Dr. Sci (Phys. and Math.), Prof.,
Irkutsk State University
1 K. Marx St., Irkutsk, 664003, Russia
E-mail: vl.panteleyev@gmail.com

Leonid V. Ryabets

Cand.Sci (Phys. and Math.), A/Prof.,
Irkutsk State University
1 K. Marx St., Irkutsk, 664003, Russia
E-mail: l.riabets@gmail.com

Hyperfunctions represent functions defined on a finite set and taking as their values all nonempty subsets of the considered set. In the theory of discrete functions the issue of classification is interesting and important concerning different closure operators. One such operator is the closure operator with branching by the equality predicate (E-operator). Such operator belongs to a category of strong closure operators.

The article considers the aggregate of the hyperfunctions of the K rank that preserve permutations on a k-element set. It is shown that these classes are E-closed. In case the permutation splits into cycles of the same simple length, then such classes are E-precomplete. Besides, it is shown that a set containing all function-constants and a function that returns on all sets some fixed non-empty subset of the original set is E-complete.

Keywords: closure; equality predicate; hyperfunction; closed set; superposition; precomplete set; clon.

References

1. Marchenkov S. S. Operatory zamykaniya s razvetvleniyem po predikatu [Closure Operators with Predicate Branching]. *Vestnik Moskovskogo Universiteta. Seriya I. Matematika, Mekhanika - Bulletin of the Moscow State University. Series I. Mathematics and Mechanics*. 2003, No. 6. Pp. 37–39.
2. Marchenkov S. S. Operator zamykaniya s razvetvleniem po predikatu ravenstva na mnozhestve chastichnyh bulevykh funktsij [Closure Operator with the Equality Predicate Branching on the Set of Partial Boolean Functions]. *Diskretnaya matematika - Discrete Math. Appl.*, 2008, V. 18, No. 4. Pp. 381–389.
3. Marchenkov S. S. Operator E-zamykaniya na mnozhestve chastichnykh funktsij mnogoznachnoy logiki [The E-closure Operator on the Set of Partial Many-valued Logic Functions]. *Matematicheskie voprosy kibernetiki - Mathematical problems in cybernetics*, Moscow; Fizmatlit Publ., 2013, V. 19. Pp. 227–238.
4. Marchenkov S. S. *Funktional'nye sistemy s operaciej superpozicii* [Functional Systems with Superposition Operation]. Moscow: Fizmatlit Publ., 2004. 104 p.
5. Matveev S. A. Postroenie vseh E-zamknutykh klassov chastichnykh bulevykh funktsij [Construction of All E-closed Classes of Partial Boolean Functions]. *Matematicheskie voprosy kibernetiki - Mathematical problems in cybernetics*. Moscow: Fizmatlit Publ., 2013. V. 18. Pp. 239–244.
6. Panteleyev V. I., Ryabets L. V. Operator zamykaniya s razvetvleniem po predikatu ravenstva na mnozhestve giperfunktsij ranga 2 [The Closure Operator with the Equality Predicate Branching on the Set of Hyperfunctions on Two-Element Set]. *Izvestiya Irkutskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya Matematika – Bulletin of the Irkutsk. State University Series. Mathematics*. 2014, V. 10. Pp. 93–105.
7. Ryabets L. V., Goncharova M. I. O nekotorykh E-predpolnykh klassakh giperfunktsij ranga 3 [On Some E-precomplete Classes of Hyperfunctions on Three-Element Set]. *Algebra i teoriya modelej 11 - Algebra and Model Theory 11: Works of XII International Summer School-Conference “Boundary Issues of the Theory of Models and Universal Algebra”* (Novosibirsk, June 23-29, 2017) Novosibirsk: NSTU Publ., 2017. Pp. 130–133.