УДК 519.87

DOI: 10.18101/2304-5728-2018-3-85-93

УРАВНЕНИЯ ГЕЛЬМГОЛЬЦА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ГИРОТРОПНЫХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДАХ

© Итигилов Гарма Борисович

кандидат технических наук, доцент,

Восточно-Сибирский государственный университет технологий и управления Россия, 670013, г. Улан-Удэ, ул. Ключевская, 40В

E-mail: gablz@mail.ru

© Ширапов Дашадондок Шагдарович

доктор физико-математических наук, профессор,

Восточно-Сибирский государственный университет технологий и управления

Россия, 670013, г. Улан-Удэ, ул. Ключевская, 40В

E-mail: shir48@mail.ru

© Олзоева Сэсэг Ивановна

доктор технических наук, доцент,

Бурятская государственная сельскохозяйственная академия

им. В. Р. Филиппова

Россия, 670024, г. Улан-Удэ, ул. Пушкина, 8

E-mail: sseseg@yandex.ru

При распространении электромагнитных волн в волноводах важное значение имеет постановка краевых задач, решение которых приводит к получению дисперсионных уравнений, имеющих важное практическое значение. Анализ дисперсионных уравнений позволяет выявить закономерности распространения электромагнитных волн в волноводах и на их основе разработать различные приборы сверхвысокочастотного диапазона. Проблема исследования значительно усложняются, если волновод заполнен гиротропной средой. В настоящее время отсутствует полная математическая модель распространения электромагнитных волн в гиротропных эллиптических волноводах, которая включает в себя уравнения Гельмгольца, выражения для поперечных компонент и граничные условия.

В настоящей работе на основе общих выражений для произвольно намагниченных регулярных гиротропных волноводов с обобщенно ортогональной криволинейной формой поперечного сечения, полученных решением системы дифференциальных уравнений Максвелла, получены уравнения Гельмгольца для эллиптических волноводов, заполненных продольно и поперечно намагниченным ферритом. Полученые уравнения дополняют теоретическую базу для электродинамического анализа гиротропных эллиптических волноводов.

Ключевые слова: электромагнитная волна; гибридная волна; гиротропный эллиптический волновод; тензор магнитной проницаемости; продольное намагничивание; эллиптическое намагничивание; гиперболическое намагничивание; уравнение Максвелла; коэффициенты Ламэ; уравнение Гельмгольца.

Введение

В технике сверхвысоких частот широко используются неметаллические магнитные материалы — ферриты. Многочисленные приборы, использующие эти материалы, выполняют функции невзаимных (вентили, циркуляторы) или быстро управляемых (модуляторы, переключатели, фазовращатели) линейных устройств [1]. При ЭТОМ ограничиваются рассмотрением прямоугольных и круглых волноводов, заполненных намагниченным ферритом (гиротропной средой), служащих основой разработки ферритовых приборов сверхвысокочастотного диапазона [2-4]. Гиротропные волноводы с эллиптической формой поперечного сечения, как правило, не рассматриваются рассматриваются фрагментарно.

Исследования эллиптических волноводов, которые лишены недостатков, свойственных круглым [5], начались позднее прямоугольных и круглых, что связано с трудностями теоретического анализа распространения электромагнитных волн в таких волноводах.

На практике при анализе распространения электромагнитных волн в гиротропных волноводах рассматриваются случаи продольного и поперечного намагничивания. При продольном намагничивании направление распространения электромагнитной волны в волноводе и направление постоянного внешнего магнитного поля совпадают, а при поперечном — перпендикулярны. Поперечное намагничивание делится на нормальное и касательное. В этом случае направление внешнего постоянного намагничивающего феррит магнитного поля совпадает с одним из поперечных координатных линий выбранной системы координат.

Целью настоящей работы является вывод уравнений Гельмгольца гибридных волн в продольно и поперечно намагниченных гиротропных эллиптических волноводах. Рассматриваются процессы, гармонические во времени, без наведенных токов и зарядов. Потерями в стенках волновода пренебрегаем.

1. Уравнения Гельмгольца для гибридных волн типа НЕ

1.1. Продольное намагничивание

В случае, когда внешнее намагничивающее магнитное поле не совпадает ни с одним из координатных осей системы координат, тензор магнитной проницаемости феррита имеет вид [6]:

$$\widetilde{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_{11} & jk & jl \\ -jk & \mu_{22} & jm \\ -jl & -jm & \mu_{33} \end{bmatrix},$$
(1)

где $l, m, k, \mu_{11}, \mu_{22}, \mu_{33}$ — компоненты тензора магнитной проницаемости феррита.

В работе [7] был рассмотрен случай распространения гибридных НЕ волн в регулярном обобщенном волноводе, заполненном ферритом, маг-

нитная проницаемость которого описывается тензором второго порядка вида (1), и было получено выражение, позволяющее вывести уравнение Гельмгольца для указанных типов волн:

$$\Delta_{11}H_Z + \Delta_{22}H_Z + j\gamma(\delta_1H_1 + \delta_2H_2) - j\omega^2\varepsilon lH_1 - j\omega^2\varepsilon mH_2 + \omega^2\varepsilon\mu_{33}H_Z = 0,$$
(2)

где
$$\Delta_{11} = \delta_1 \nabla_1 = \frac{1}{h_1^2} \left(\frac{\partial}{\partial q_1} + \Gamma_{21}^2 - \Gamma_{11}^1 \right) \frac{\partial}{\partial q_1}; \qquad \delta_1 = \frac{1}{h_1} \left(\frac{\partial}{\partial q_1} + \Gamma_{21}^2 \right);$$

$$\Delta_{22} = \mathcal{S}_2 \nabla_2 = \frac{1}{h_2^2} \left(\frac{\partial}{\partial q_2} + \varGamma_{12}^1 - \varGamma_{22}^2 \right) \frac{\partial}{\partial q_2} \; ; \qquad \mathcal{S}_2 = \frac{1}{h_2} \left(\frac{\partial}{\partial q_2} + \varGamma_{12}^1 \right) ; \qquad \nabla_i = \frac{1}{h_i} \frac{\partial}{\partial q_i} \; ;$$

 $H_3=H_Z$ — продольная, H_1 и H_2 — поперечные компоненты магнитного поля; j — мнимая единица; γ — постоянная распространения; h_1 , h_2 — коэффициенты Ламэ; q_1 , q_2 — обобщенные поперечные координаты; Γ^1_{12} , Γ^2_{21} — символы Кристоффеля; ω — циклическая частота; ε — диэлектрическая проницаемость феррита.

Единственным требованием к формуле (2) является ортогональность поперечных координат. В дальнейшем под обобщенным волноводом подразумевается, что поперечные размеры имеют ортогональную форму.

Для продольного намагничивания дивергенция магнитной индукции \overline{B} примет вид [8]:

$$div\overline{B} = \delta_1 \mu H_1 + \delta_2 \mu H_2 - \omega \varepsilon k E_3 - j \gamma \mu_{\parallel} H_3 = 0$$
 (3)

Для регулярных волноводов с эллиптической формой поперечного сечения символы Кристоффеля Γ^1_{12} и Γ^2_{21} , коэффициенты Ламэ h_i , операторы δ_i , ∇_i , Δ_{11} , Δ_{22} , Δ_{12} имеют вид [8]:

$$\begin{cases} h_{1} = h_{2} = ed; & h_{3} = h_{Z} = 1; \nabla_{1} = \frac{1}{ed} \frac{\partial}{\partial \xi}; \nabla_{2} = \frac{1}{ed} \frac{\partial}{\partial \varphi}; \\ \delta_{1} = \frac{1}{ed} \left(\frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{Sh2\xi}{2d^{2}} \right); \delta_{2} = \frac{1}{ed} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{\sin 2\varphi}{2d^{2}} \right); \\ \Gamma_{12}^{1} = \Gamma_{22}^{2} = \frac{Sin2\varphi}{2d^{2}}; & \Gamma_{21}^{2} = \Gamma_{11}^{1} = \frac{Sh2\xi}{2d^{2}}; \\ \Delta_{11} = \frac{1}{e^{2}d^{2}} \frac{\partial^{2}}{\partial \xi^{2}}; \Delta_{22} = \frac{1}{e^{2}d^{2}} \frac{\partial^{2}}{\partial \varphi^{2}}; \Delta_{12} = \frac{1}{e^{2}d^{2}} \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial \varphi}, \end{cases}$$

$$(4)$$

где e — фокусное расстояние эллипса; $d^2 = ch^2\xi - \cos^2\varphi$; ξ, φ — поперечные координаты эллиптической системы координат.

При продольном намагничивании компоненты тензора магнитной проницаемости феррита (1) примут вид [6]:

$$\mu_{33} = \mu_{\parallel}, \quad \mu_{11} = \mu_{22} = \mu, \quad l = m = 0, \quad k \neq 0.$$
(5)

Подставив выражения (3), (4), (5) в формулу (2), и, учитывая, что $q_1 = \xi$, $q_2 = \varphi$ получим уравнения Гельмгольца гибридных волн типа НЕ в гирототропном продольно-намагниченном эллиптическом волноводе

$$\frac{\partial^2 H_Z}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 H_Z}{\partial \varphi^2} + e^2 d^2 \left(\omega^2 \varepsilon \mu_{\parallel} - \frac{\mu_{\parallel}}{\mu} \gamma^2 \right) H_Z + j e^2 d^2 \gamma \omega \varepsilon \frac{k}{\mu} E_Z = 0.$$
 (6)

1.2. Эллиптическое намагничивание

При касательном (эллиптическом) намагничивании компоненты тензора магнитной проницаемости феррита (1) примут вид [6]:

$$\mu_{22} = \mu_{||}; \ \mu_{11} = \mu_{33} = \mu; \ k = m = 0; \ l \neq 0.$$
 (7)

С учетом (7) формула (2) для случая касательного намагничивания примет вид:

$$\Delta_{11}H_{7} + \Delta_{22}H_{7} + j\gamma(\delta_{1}H_{1} + \delta_{2}H_{2}) - j\omega^{2}\varepsilon lH_{1} + \omega^{2}\varepsilon\mu H_{7} = 0$$
. (8)

Компоненты электромагнитного поля регулярного обобщенного гиротропного волновода, заполненного касательно намагниченным ферритом, имеет вид [8]:

$$\begin{cases} E_{1} = -\frac{j\gamma}{b^{2}} \left\{ \nabla_{1} E_{Z} + \frac{\omega \mu_{\parallel}}{\gamma} \nabla_{2} H_{Z} \right\}, \\ E_{2} = -\frac{j\gamma}{a^{2}} \left\{ \nabla_{2} E_{Z} - \left(\frac{\omega \mu}{\gamma} \nabla_{1} + \omega l \right) H_{Z} \right\}, \\ H_{1} = \frac{j\gamma}{a^{2}} \left\{ \frac{\omega \varepsilon}{\gamma} \nabla_{2} E_{Z} - \left(\nabla_{1} + \frac{\omega^{2} \varepsilon l}{\gamma} \right) H_{Z} \right\}, \\ H_{2} = -\frac{j\gamma}{b^{2}} \left\{ \frac{\omega \varepsilon}{\gamma} \nabla_{1} E_{Z} + \nabla_{2} H_{Z} \right\}, \end{cases}$$

$$(9)$$

где E_1 , E_2 — поперечные компоненты электрического поля; $E_3=E_Z$ — продольная компонента электрического поля; $a^2=\omega^2\varepsilon\mu-\gamma^2$; $b^2=\omega^2\varepsilon\mu_\parallel-\gamma^2$.

Подставив H_1 и H_2 из формулы (9) в формулу (8), и, применив (4) получим уравнение Гельмгольца гибридных НЕ-волн для гиротропных эллиптически намагниченных эллиптических волноводов:

$$\begin{split} \frac{\partial^2 H_Z}{\partial \xi^2} + \frac{\mu_\parallel}{\mu} \frac{a^2}{b^2} \frac{\partial^2 H_Z}{\partial \varphi^2} + e^2 d^2 \bigg(c^2 + \gamma \frac{l}{\mu} \frac{sh2\xi}{2ed^3} \bigg) H_Z = \\ = \frac{\gamma}{\omega \mu} \frac{b^2 - a^2}{b^2} \frac{\partial^2 E_Z}{\partial \xi \partial \varphi} - \omega \varepsilon \frac{l}{\mu} e d \frac{\partial E_Z}{\partial \varphi}, \end{split} \tag{10}$$
 где $c^2 = \omega^2 \varepsilon \frac{\mu^2 - l^2}{\mu} - \gamma^2$.

1.3. Гиперболическое намагничивание

При нормальном (гиперболическом) намагничивании компоненты тензора магнитной проницаемости феррита примут вид [6]:

$$\mu_{11} = \mu_{\parallel}; \ \mu_{22} = \mu_{33} = \mu; \ k = l = 0; \ m \neq 0.$$
(11)

С учетом (11) формула (2) для случая нормального намагничивания примет вид:

$$\Delta_{11}H_Z + \Delta_{22}H_Z + j\gamma(\delta_1H_1 + \delta_2H_2) - j\omega^2\varepsilon mH_2 + \omega^2\varepsilon \mu H_Z = 0. \quad (12)$$

Компоненты электромагнитного поля регулярного обобщенного гиротропного волновода, заполненного нормально намагниченным ферритом, имеет вид [8]:

$$\begin{cases} E_{1} = -\frac{j\gamma}{a^{2}} \left\{ \nabla_{1} E_{Z} + \frac{\omega\mu}{\gamma} \left(\nabla_{2} + \frac{m}{\mu} \gamma \right) H_{Z} \right\}, \\ E_{2} = -\frac{j\gamma}{b^{2}} \left\{ \nabla_{2} E_{Z} - \frac{\omega\mu_{\parallel}}{\gamma} \nabla_{1} H_{Z} \right\}, \\ H_{1} = \frac{j\gamma}{b^{2}} \left\{ \frac{\omega\varepsilon}{\gamma} \nabla_{2} E_{Z} - \nabla_{1} H_{Z} \right\}, \\ H_{2} = -\frac{j\gamma}{a^{2}} \left\{ \frac{\omega\varepsilon}{\gamma} \nabla_{1} E_{Z} + \left(\nabla_{2} + \frac{\omega^{2}\varepsilon m}{\gamma} \right) H_{Z} \right\}, \end{cases}$$

$$(13)$$

Подставив H_1 и H_2 из формулы (13) в формулу (12), и, применив (4) получим уравнение Гельмгольца гибридных НЕ-волн для гиротропных гиперболически намагниченных эллиптических волноводов:

$$\begin{split} \frac{\mu_{\parallel}}{\mu} \frac{a^2}{b^2} \frac{\partial^2 H_Z}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 H_Z}{\partial \varphi^2} + e^2 d^2 \bigg(p^2 + \frac{m}{\mu} \gamma \frac{\sin 2\varphi}{2ed^3} \bigg) H_Z = \\ &= \frac{\gamma}{\omega \mu} \frac{a^2 - b^2}{b^2} \frac{\partial^2 E_Z}{\partial \xi \partial \varphi} + e d \frac{\omega \varepsilon m}{\mu} \frac{\partial E_Z}{\partial \xi}, \end{split}$$
 где $p^2 = \omega^2 \varepsilon \frac{\mu^2 - m^2}{\mu} - \gamma^2$.

2. Уравнения Гельмгольца для гибридных волн типа ЕН

2.1. Продольное намагничивание

В работе [7] было получено выражение, позволяющее вывести уравнение Гельмгольца для гибридных ЕН волн в регулярном обобщенном волноводе, заполненном ферритом, магнитная проницаемость которого описывается тензором второго порядка вида (1):

$$\mu_{11}\Delta_{11}E_{Z} + \mu_{22}\Delta_{22}E_{Z} + j\gamma(\mu_{11}\delta_{1}E_{1} + \mu_{22}\delta_{2}E_{2}) + \\
+ \omega(\mu_{11}m\delta_{1} - \mu_{22}l\delta_{2})H_{Z} + +\gamma k\omega(-lH_{1} - mH_{2} - j\mu_{33}H_{Z}) - \\
- \omega^{2}\varepsilon(k^{2} - \mu_{11}\mu_{22})E_{Z} + j\omega(lk\delta_{1} + mk\delta_{2})H_{Z} = 0.$$
(15)

Для продольного намагничивания дивергенция напряженности электрического поля \overline{E} примет вид [7]

$$div\overline{E} = \delta_1 E_1 + \delta_2 E_2 - j\gamma E_Z = 0. \tag{16}$$

Подставив выражения (4), (5), (16) в формулу (15), и, учитывая, что $q_1 = \xi$, $q_2 = \varphi$ получим уравнения Гельмгольца гибридных волн типа ЕН в гирототропном продольно-намагниченном эллиптическом волноводе

$$\begin{split} \frac{\partial^2 E_Z}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 E_Z}{\partial \varphi^2} + e^2 d^2 \Big(\! \omega^2 \varepsilon \mu_\perp - \gamma^2 \Big) \! E_Z - j e^2 d^2 \gamma k \omega \frac{\mu_\parallel}{\mu} H_Z &= 0 \,, \end{split} \tag{17}$$
 где $\mu_\perp = \frac{\mu^2 - k^2}{\mu} \,.$

2.2. Эллиптическое намагничивание

С учетом (7) формула (15) для касательного намагничивания будет иметь вил:

$$\mu \Delta_{11} E_Z + \mu_{\parallel} \Delta_{22} E_Z + j \gamma \left(\mu \delta_1 E_1 + \mu_{\parallel} \delta_2 E_2 \right) - \omega \mu_{\parallel} l \delta_2 H_Z + \omega^2 \varepsilon \mu_{\parallel} \mu E_Z = 0.$$
 (18)

Подставив H_1 и H_2 из формулы (9) в формулу (8), и, применив (4) получим уравнение Гельмгольца гибридных НЕ-волн для гиротропных эллиптически намагниченных эллиптических волноводов:

Подставив E_1 и E_2 из формулы (9) в формулу (18), и применив (4), получим уравнение Гельмгольца гибридных ЕН-волн для гиротропных эллиптически намагниченных эллиптических волноводов:

$$\begin{cases}
\frac{a^2}{b^2} \frac{\partial^2 E_Z}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 E_Z}{\partial \varphi^2} + a^2 e^2 d^2 E_Z = \frac{\gamma}{\omega \varepsilon} \frac{b^2 - a^2}{b^2} \frac{\partial^2 H_Z}{\partial \xi \partial \varphi} + \\
+ \omega led \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{\sin 2\varphi}{2d^2} \right) H_Z.
\end{cases}$$
(19)

2.3. Гиперболическое намагничивание

С учетом формулы (11) выражение (15) для касательного намагничивания примет вид:

$$\mu_{\parallel} \Delta_{11} E_{Z} + \mu \Delta_{22} E_{Z} + j \gamma \left(\mu_{\parallel} \delta_{1} E_{1} + \mu \delta_{2} E_{2} \right) + \omega \mu_{\parallel} m \delta_{1} H_{Z} + \omega^{2} \varepsilon \mu_{\parallel} \mu E_{Z} = 0 . (20)$$

Подставив H_1 и H_2 из формулы (13) в формулу (12), и, применив (4) получим уравнение Гельмгольца гибридных НЕ-волн для гиротропных гиперболически намагниченных эллиптических волноводов:

Подставив E_1 и E_2 из формулы (13) в формулу (18), и применив выражение (4), получим уравнение Гельмгольца гибридных ЕН-волн для гиротропных гиперболически намагниченных эллиптических волноводов:

$$\begin{split} & \left\{ \frac{\partial^2 E_Z}{\partial \xi^2} + \frac{a^2}{b^2} \frac{\partial^2 E_Z}{\partial \varphi^2} + b^2 e^2 d^2 E_Z \right. = \frac{\gamma}{\omega \varepsilon} \, \frac{a^2 - b^2}{b^2} \, \frac{\partial^2 H_Z}{\partial \xi \partial \varphi} - \\ & \left. - \omega med \left(\frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{sh2\xi}{2d^2} \right) \! H_Z \, . \end{split} \right. \end{split}$$

Заключение

Основные выводы:

1) Выведены в аналитическом виде уравнения Гельмгольца гибридных волн типа НЕ и ЕН для продольно, эллиптически и гиперболически намагниченных гиротропных эллиптических волноводов.

Постановка и последующие решения краевых задач для полученных уравнения Гельмгольца дают возможность построения полной математической модели распространения электромагнитных волн в гиротропных эллиптических волноводах.

2) Математическая модель позволит провести полноценный теоретический анализ распространения электромагнитных в гиротропных эллиптических волноводах, который находится в начальной стадии, и составить основу для экспериментальных исследований.

Литература

- 1. Лакс Б., Баттон К. Сверхвысокочастотные ферриты и ферримагнетики: пер. с англ. М.: Мир, 1965. 676 с.
- 2. Сул Г., Уокер Л. Вопросы волноводного распространения электромагнитных волн в гиротропных средах. М.: Изд-во иностр. лит., 1955. 189 с.
- 3. Гуревич А. Г., Мелков Г. А. Магнитные колебания и волны. М.: Физматлит, 1994. 464 с.
- 4. Tuz V. R., Shulga V. M., Han W., Sun H.-B., Fesenko V. I., Fedorin I. V. Dispersion peculiarities of hybrid modes in a circular waveguide filled by a composite gyroelectromagnetic medium // Journal of Electromagnetic Waves and Applications. 2017. T. 31, № 3. C. 350–362. DOI: 10.1080/09205071.2017.1285726.

5. Ефимов И. Е., Шермина Г. А. Волноводные линии передачи. М.: Связь, 1979. 232 с.

- 6. Неганов В. А., Нефедов Е. И., Яровой Г. П. Современные методы проектирования линий передач и резонаторов сверх- и крайне высоких частот. М.: Педагогика-Пресс, 1998. 328 с.: ил.
- 7. Ширапов Д. Ш., Итигилов Г. Б. Обобщенные уравнения Гельмгольца гиротропных волноводов произвольной формы поперечного сечения // Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции волн: матер. II всерос. науч. конф. Муром, 2018. С. 209–219.
- 8. Итигилов Г. Б. Математическое моделирование распространения электромагнитных волн в ограниченных гиротропных областях произвольной формы: дис. ... канд. техн. наук. Улан-Удэ, 2014. 146 с.

HELMHOLTZ EQUATIONS OF ELECTROMAGNETIC WAVES IN GYROTROPIC ELLIPTICAL WAVEGUIDES

Garma B. Itigilov

Cand. Sci (Engineering), A/Prof.,

East-Siberian State University of Technology and Management

40V, Kluychevskaya St., bld.1, Ulan-Ude, 670000 Russia

E-mail: gablz@mail.ru

Dashadondok Sh. Shirapov

Dr. Sci. (Phys. and Math.), Prof.,

East-Siberian State University of Technology and Management

40V, Kluychevskaya St., bld.1, Ulan-Ude, 670000 Russia

E-mail: shir48@mail.ru

Seseg I. Olzoeva

Dr. Sci. (Engineering), A/Prof.,

Buryat State Agricultural Academy

8, Pushkina St., Ulan-Ude, 670024 Russia

E-mail: sseseg@yandex.ru

In the propagation of electromagnetic waves in waveguides, the formulation of boundary value problems is of great importance, the solution of which leads to the derivation of dispersion equations of great practical importance. Analysis of dispersion equations makes it possible to reveal the patterns of propagation of electromagnetic waves in waveguides and on their basis to develop various instruments of the microwave range. The problem of research is considerably complicated if the waveguide is filled with a gyrotropic medium. There is currently no complete mathematical model of the propagation of electromagnetic waves in gyrotropic elliptical waveguides, which includes the Helmholtz equations, the expression for the transverse components and boundary conditions.

In this paper, on the basis of general expressions for arbitrarily magnetized regular gyrotropic waveguides with a generalized orthogonal curvilinear cross-sectional shape obtained by solving a system of Maxwell differential equations, the Helm-

holtz equations for elliptical waveguides filled with longitudinally and transversely magnetized ferrite are obtained. The obtained equations supplement the theoretical basis for the electrodynamic analysis of gyrotropic elliptical waveguides.

Keywords: electromagnetic wave; hybrid wave; gyrotropic elliptical waveguide; magnetic permeability tensor; longitudinal magnetization; elliptical magnetization; hyperbolic magnetization; Maxwell equation; Lame coefficients; Helmholtz equation.

References

- 1. Laks B., Batton K. Sverhvysokochastotnye ferrity i ferrimagnetiki [Microwave Ferrites and Ferrimagnetics]. Transl. from English. Moscow: Mir Publ., 1965. 676 p.
- 2. Sul G., Uoker L. Voprosy volnovodnogo rasprostraneniya elektromagnitnykh voln v girotropnykh sredakh [Issues of the Waveguide Propagation of Electromagnetic Waves in Gyrotropic Media]. Moscow: Inostr. Lit. Publ., 1955. 189 p.
- 3. Gurevich A. G., Melkov G.A. Magnitnye kolebaniya i volny [Magnetic Fluctuations and Waves]. Moscow: Fizmatlit Publ., 1994. 464 p.
- 4. Tuz V. R., Shulga V. M., Han W., Sun H.-B., Fesenko V. I., Fedorin I. V. Dispersion peculiarities of hybrid modes in a circular waveguide filled by a composite gyroelectromagnetic medium. Journal of Electromagnetic Waves and Applications. 2017. V. 31, No. 3. Pp. 350–362. DOI: 10.1080/09205071.2017.1285726.
- 5. Efimov I. E., Shermina G. A. Volnovodnye linii peredachi [The Waveguide Transmission Lines]. Moscow: Svyaz' Publ., 1979. 232 p.
- 6. Neganov V. A., Nefedov E. I., Yarovoj G. P. Sovremennye metody proektirovaniya linij peredach i rezonatorov sverh- i krajnevysokih chastot [The Modern Design Methods of Projecting the Lines of Transfers and Resonators of Super- and Extremely High Frequencies]. Moscow: Pedagogika-Press Publ., 1998. 328 p.: il.
- 7. Shirapov D. Sh., Itigilov G. B. Obobshchennye uravneniya Gel'mgol'tsa girotropnykh volnovodov proizvol'noi formy poperechnogo secheniya [Generalized Helmholtz Equations for Gyrotropic Waveguides of Arbitrary Cross-Sectional Shape]. Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya, radiolokatsii, rasprostraneniya i difraktsii voln: Materialy II Vserossiiskoi nauchnoi konferentsii. Modern problems of remote sensing, radar, wave propagation and diffraction: Proceedings of the II all-Russian scientific conference. Murom, 2018. Pp. 209–219.
- 8. Itigilov G. B. Matematicheskoe modelirovanie rasprostraneniya elektromagnitnykh voln v ogranichennykh girotropnykh oblastyakh proizvol'noi formy Dis. ... kand. Techn. nauk [Mathematical Modeling of Propagation of Electromagnetic Waves in Bounded Gyrotropic Regions of Arbitrary Shape. Cand. techn. sci. diss.] Ulan-Ude, 2014. 146 p.