

# ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

---

УДК 532.133

DOI: 10.18101/2304-5728-2018-4-37-47

## ТЕОРИЯ АКУСТИЧЕСКОГО РЕЗОНАНСНОГО МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЯ СДВИГОВОЙ УПРУГОСТИ ЖИДКОСТЕЙ<sup>1</sup>

© Бадмаев Бадма Банзаракцаевич

доктор технических наук, заведующий лабораторией,

Институт физического материаловедения СО РАН

Россия, 670047, г. Улан-Удэ, ул. Сахьяновой, 6

E-mail: lmf@ipms.bscnet.ru

© Дембелова Туяна Сергеевна

доктор технических наук,

ведущий научный сотрудник,

Институт физического материаловедения СО РАН

Россия, 670047, г. Улан-Удэ, ул. Сахьяновой, 6

E-mail: tu\_dembel@mail.ru

© Макарова Дагзама Николаевна

научный сотрудник,

Институт физического материаловедения СО РАН

Россия, 670047, г. Улан-Удэ, ул. Сахьяновой, 6

E-mail: dagzama@mail.ru

© Вершинина Евгения Доржиевна

аспирант,

Институт физического материаловедения СО РАН

Россия, 670047, г. Улан-Удэ, ул. Сахьяновой, 6

E-mail: lmf@ipms.bscnet.ru

В работе рассмотрена теория акустического резонансного метода измерения низкочастотной ( $10^5$  Гц) сдвиговой упругости жидкостей. Акустический резонансный метод основан на использовании пьезокварцевого резонатора, контактирующего с прослойкой жидкости, накрытой твердой накладкой. Из решения задачи взаимодействия пьезокварц — прослойка жидкости — накладка получено выражение для комплексного сдвига резонансной частоты. Учитывая, что накладка из-за слабой связи, осуществляющей прослойкой жидкости, практически покоятся, получены выражения для действительного и мнимого сдвигов резонансной частоты и для компонент комплексного сдвига фазы при отражении сдвиговой волны от границы жидкость — накладка. Из анализа выражений для комплексного сдвига резонансной частоты вытекают два способа измерения модуля сдвига жидкостей. Первый способ реализуется при малых толщинах жидкой прослойки, когда она намного меньше длины сдвиговой волны. Второй способ основан на измерении предельных значений сдвигов частот при полном затухании сдвиговой волны в толстом слое жидкости.

---

<sup>1</sup> Работа выполнена в рамках государственного задания ИФМ СО РАН и частично поддержана грантом РФФИ № 18-48-030020 р\_а.

сти. Получены расчетные формулы для определения модуля сдвига. Оба способа измерения экспериментально реализованы в данной работе, которые дали согласующиеся результаты. Экспериментальные кривые зависимости сдвигов частот от обратной толщины жидкой прослойки хорошо согласуются с теоретическими.

**Ключевые слова:** сдвиговая волна; пьезокварц; упругость; фаза; импеданс; частота; тангенс угла механических потерь; резонанс; жидкость.

### Введение

Акустический резонансный метод измерения низкочастотной ( $10^5$  Гц) сдвиговой упругости жидкостей основан на использовании пьезокварцевого резонатора [1]. Кристалл пьезокварца в виде прямоугольного бруска контактирует верхней горизонтальной поверхностью с прослойкой жидкости, накрытой твердой накладкой в виде цилиндра. При тангенциальных колебаниях пьезокварца на основной резонансной частоте прослойка жидкости будет испытывать деформации сдвига и в ней должны устанавливаться стоячие сдвиговые волны. Накладка при колебаниях пьезокварца будет практически покояться, так как связь, осуществляемая прослойкой жидкости, слаба и не способна сообщить ей те большие ускорения, с которыми колеблется пьезорезонатор. Возрастание резонансной частоты пьезокварца свидетельствует о наличии сдвиговой упругости у прослойки жидкости. Если бы в прослойке действовали только диссипативные силы, то резонансная частота могла бы только уменьшаться. Таким образом, акустический резонансный метод основан на измерении влияния силы добавочной связи на резонансные свойства пьезокварца.

### Теория акустического резонансного метода

Добавочная связь, осуществляемая прослойкой жидкости с расположенной на ней накладкой, будет выражаться в изменении резонансной частоты пьезокварца и затухания. Накладка с прослойкой жидкости находится на одном конце пьезокварца.

В работах [2–3] приравниванием импедансов жидкости и пьезокварца было получено выражение для комплексного сдвига резонансной частоты пьезокварца, обусловленного его взаимодействием через прослойку жидкости с твердой накладкой в виде:

$$\Delta\omega^* = -\frac{2m_{жc}\omega}{M\chi^* H} \operatorname{tg}(\chi^* H + \operatorname{arctg} \frac{m\chi^* H}{m_{жc}}), \quad (1)$$

где  $m_{жc}$  — масса жидкости,  $M = 2\ell Q\rho_k$  — масса пьезокварца,  $H$  — толщина жидкой прослойки,  $\chi^*$  — комплексное волновое число,  $\omega$  — циклическая частота. Последнее выражение приводится к более простому виду [2–5]:

$$\Delta\omega^* = \frac{2SG^*\chi^*}{M\omega} \cdot \frac{1 + \cos(2\chi^* H - \varphi^*)}{\sin(2\chi^* H - \varphi^*)}, \quad (2)$$

где  $\varphi^* = \varphi' + i\varphi''$  — комплексный сдвиг фазы, который происходит при отражении вязкоупругой волны от границы жидкость — накладка,  $S$  — площадь контакта прослойки жидкости с пьезокварцем,  $G^*$  — комплексный модуль сдвига.

Зная, что  $G^* = \frac{\omega^2 \rho}{(\chi^*)^2}$  и  $\chi^* = \beta - i\alpha$ , где  $\beta$  — действительная часть, а  $\alpha$  — мнимая часть комплексного волнового числа, можно разделить выражение (2) на действительную  $\omega'$  и мнимую  $\omega''$  части [2–5]:

$$\Delta\omega' = \frac{2S}{M\omega} \frac{(G'\beta + G''\alpha)\sin(2\beta H - \varphi') + (G''\alpha - G'\beta)\operatorname{sh}(2\alpha H + \varphi'')}{\operatorname{ch}(2\alpha H + \varphi'') - \cos(2\beta H - \varphi')}, \quad (3)$$

$$\Delta\omega'' = \frac{2S}{M\omega} \frac{(G''\beta - G'\alpha)\sin(2\beta H - \varphi') + (G''\alpha + G'\beta)\operatorname{sh}(2\alpha H + \varphi'')}{\operatorname{ch}(2\alpha H + \varphi'') - \cos(2\beta H - \varphi')} . \quad (4)$$

Для компонент комплексного сдвига фазы получены следующие выражения:

$$\varphi' = \operatorname{arctg} \frac{2\beta}{m|\chi^{*2}| - \frac{S\rho_{жc}}{m}}, \quad (5)$$

$$\varphi'' = \operatorname{arcth} \frac{2\alpha}{m|\chi^{*2}| - \frac{S\rho_{жc}}{m}} . \quad (6)$$

Действительная часть комплексного сдвига фазы (5) показывает разность фаз между прямой и отраженной волной. Мнимая часть комплексного сдвига фазы (6) характеризует добавочное затухание, обусловленное потерей части энергии волны, передаваемой накладке.

Выражения для действительного (3) и мнимого (4) сдвигов частот значительно упрощаются в двух случаях. Если считать, что масса накладки  $m$  достаточно велика и ее можно считать практически неподвижной, то в формуле (5) вторым членом знаменателя можно пренебречь и член  $\frac{m|\chi^{*2}|}{S\rho_{жc}} \gg 2\beta$  и  $2\alpha$ . Следовательно, при отражении волны от границы жидкость — накладка сдвига фазы не происходит ( $\varphi^* = 0$ ), что означает полное отражение энергии сдвиговой волны.

Если считать, что накладка отсутствует, т. е.  $m = 0$ . В этом случае знаменатель формулы (2) стремится к  $\infty$ , что соответствует изменению фазы на  $\pi$ , т. е. в этом случае  $\varphi' = 180^\circ$ ,  $\varphi'' = 0$ . Это означает, что при отражении сдвиговой волны от свободной поверхности жидкости происходит потеря полуволны.

Если при колебаниях пьезокварца накладка покоятся, то формулы (3) и (4) принимают следующий вид [2–5]:

$$\Delta\omega' = \frac{2S}{M\omega} \frac{(G'\beta + G''\alpha) \sin 2\beta H + (G'\alpha - G''\beta) \operatorname{sh} 2\alpha H}{\operatorname{ch} 2\alpha H - \cos 2\beta H}, \quad (7)$$

$$\Delta\omega'' = \frac{2S}{M\omega} \frac{(G''\beta - G'\alpha) \sin 2\beta H + (G''\alpha + G'\beta) \operatorname{sh} 2\alpha H}{\operatorname{ch} 2\alpha H - \cos 2\beta H}. \quad (8)$$

Выражения (7) и (8) показывают, что при наличии комплексного модуля сдвига жидкости действительный и мнимый сдвиги частот являются функциями толщины прослойки, причем с увеличением последней мы должны наблюдать затухающие осцилляции  $\Delta\omega'$  и  $\Delta\omega''$ .

Формулы (7) и (8) предельно упрощаются при малых толщинах прослойки жидкости, когда  $H \ll \lambda$  — длины сдвиговой волны. В этом случае выражения для сдвигов частот принимают следующий вид:

$$\Delta\omega' = \frac{2SG'}{M\omega H}, \quad (9)$$

$$\Delta\omega'' = \frac{2SG''}{M\omega H}. \quad (10)$$

При выводе этих формул рассматривалась половина длины пьезокварца, т. к. пьезокварц, закрепленный по средней узловой линии, состоит из двух одинаковых частей. Поэтому эти формулы справедливы для пьезокварца с прослойкой жидкости на обоих концах и с одинаковыми накладками. Если же жидкость с накладкой находится только на одном конце, то в формулах исчезает коэффициент 2 и для действительного и мнимого частей комплексного модуля сдвига, переходя к линейным частотам, будем иметь следующие расчетные формулы [2–5]:

$$G' = \frac{4\pi^2 M f_0 \Delta f' H}{S}, \quad (11)$$

$$G'' = \frac{4\pi^2 M f_0 \Delta f'' H}{S}, \quad (12)$$

где  $f_0$  — резонансная частота пьезокварца.

Из (11) и (12) следует, что при наличии у жидкости объемного модуля сдвига,  $\Delta f'$  — действительный и  $\Delta f''$  — мнимый сдвиги резонансной частоты должны быть пропорциональны обратной величине толщины жидкой прослойки.

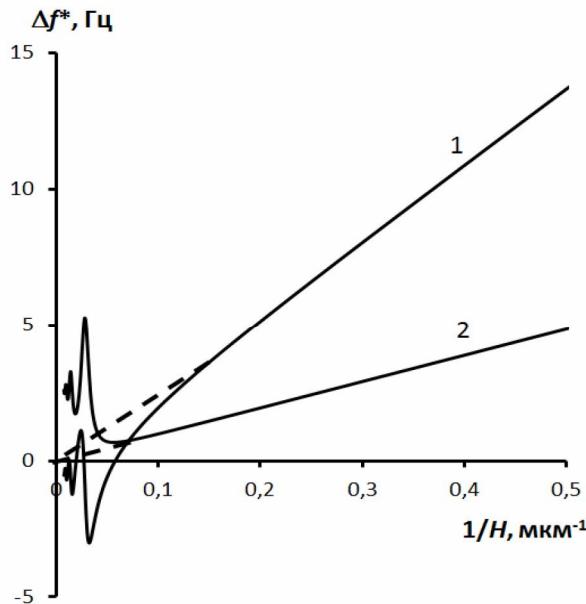


Рис. 1. Теоретические кривые зависимости действительного и мнимого сдвигов резонансной частоты пьезокварца  $\Delta f'$  (1) и  $\Delta f''$  (2) от обратной толщины прослойки

Мнимый сдвиг резонансной частоты равен изменению затухания колебательной системы:

$$\Delta f'' = \frac{\Delta\alpha}{2}, \quad (13)$$

где  $\Delta\alpha$  — изменение ширины резонансной кривой пьезокварца. Тангенс угла механических потерь определяется:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{G''}{G'} = \frac{\Delta f''}{\Delta f'}. \quad (14)$$

На рис. 1 показаны теоретические кривые зависимости  $\Delta f'$  и  $\Delta f''$  от обратной толщины пленки жидкости при  $G' = 0,25 \cdot 10^6 \text{ дин/см}^2$  и  $\operatorname{tg}\theta = 0,35$ , рассчитанные по формулам (7) и (8).

Видно, что сдвиги частот пропорциональны обратной величине толщины жидкой прослойки. При увеличении толщины прослойки наблюдаются осцилляции сдвигов частот. Экстраполяция линейных зависимостей показывает, что обе зависимости стремятся к началу координат (пунктирные линии).

Таким образом, для измерения комплексного модуля сдвига жидкостей данным способом достаточно определить зависимости действительного  $\Delta f'$  и мнимого  $\Delta f''$  сдвигов частот от обратной величины толщины жидкой прослойки.

Таким образом, для измерения комплексного модуля сдвига жидкостей данным способом достаточно определить зависимости действительного  $\Delta f'$  и мнимого  $\Delta f''$  сдвигов частот от обратной величины толщины жидкой прослойки.

Приравнивая нуль производные по толщине от мнимого сдвига частоты (8), получим положения максимальных значений затухания в виде [2–3]:

$$H = \frac{\lambda}{4}n, \quad (15)$$

где нечетные значения  $n$  относятся к системе со свободной прослойкой, т.е. без накладки. При этом первый максимум затухания наблюдается при  $H = \lambda/4$ . В случае с накладкой первый максимум затухания будет наблюдаться при толщине прослойки, равной  $\lambda/2$ .

Подставляя значения толщины по формуле (15) в выражение для мнимого сдвига частоты (8), можно получить закономерность изменения его максимальных и минимальных значений в виде:

$$\Delta\omega''_{\max} = \frac{SG'\beta}{M\omega\cos\theta} \operatorname{cth}\left(\pi n \operatorname{tg}\frac{\theta}{2}\right), \quad (16)$$

$$\Delta\omega'_{\min} = \frac{SG'\beta}{M\omega\cos\theta} \operatorname{th}\left(\pi n \operatorname{tg}\frac{\theta}{2}\right). \quad (17)$$

при  $n \rightarrow \infty$

$$\Delta\omega''_{\max} = \Delta\omega''_{\min} = \Delta\omega''_{\infty} = \frac{SG'\beta}{M\omega\cos\theta}. \quad (18)$$

Аналогичным образом для действительного сдвига частоты получим:

$$\Delta\omega'_{\infty} = \frac{SG'\beta}{M\omega\cos\theta} \operatorname{tg}\frac{\theta}{2}. \quad (19)$$

Из этих выражений видно, что с увеличением  $n$  осцилляции сдвигов частот постепенно исчезают (рис. 1), т. е. пьезокварц перестает чувствовать влияние отражений волн. В частности, при  $\operatorname{tg}\theta = 0,3$  уже при  $n = 6$  с точностью до 1% можно считать, что  $\Delta\omega''_{\max} = \Delta\omega''_{\min}$ . Формулы (13, 14) справедливы для случая, когда местом контакта накладки с прослойкой жидкости является один из концов пьезокварца. Можно показать, что сдвиг частоты, приходящийся на единицу площади, когда местом контакта является вся горизонтальная поверхность, равен половине сдвига частоты, приходящимся на единицу площади, когда местом контакта является конец пьезокварца. Поэтому

$$\frac{\Delta\omega'_{\infty}}{S_n} = \frac{G'\beta}{2M\omega\cos\theta} \operatorname{tg}\frac{\theta}{2},$$

$$\frac{\Delta\omega''_{\infty}}{S_n} = \frac{G'\beta}{2M\omega\cos\theta},$$

где  $S_n$  — площадь всей горизонтальной поверхности пьезокварца. Для разности квадратов сдвигов частот получим следующее выражение:

$$(\Delta\omega''_\infty)^2 - (\Delta\omega'_\infty)^2 = \frac{S_n^2 G'^2 \beta^2}{4M^2 \omega^2 \cos^2 \theta} \left(1 - \tg^2 \frac{\theta}{2}\right). \quad (20)$$

Учитывая, что  $\beta^2 = \frac{\omega^2 \rho}{G'} \cos \theta \cdot \cos^2 \frac{\theta}{2}$  [2–4], для  $G'$  получим следующее выражение:

$$G' = \frac{4M^2}{S_n^2 \rho_{ж}} [(\Delta\omega''_\infty)^2 - (\Delta\omega'_\infty)^2], \quad (21)$$

или, переходя к линейной частоте:

$$G' = \frac{16\pi^2 M^2}{S_n^2 \rho_{ж}} [(\Delta f''_\infty)^2 - (\Delta f'_\infty)^2]. \quad (22)$$

Для тангенса угла механических потерь получается следующая расчетная формула:

$$\tg \theta = -\frac{2\Delta f'_\infty \Delta f''_\infty}{(\Delta f''_\infty)^2 - (\Delta f'_\infty)^2} \quad (23)$$

Из этих выражений можно видеть, что при наличии сдвиговой упругости у жидкостей  $|\Delta f''_\infty|$  всегда больше  $|\Delta f'_\infty|$ . Если же жидкость ньютоновская при данной частоте, то  $|\Delta f''_\infty| = |\Delta f'_\infty|$ .

Данный способ определения комплексного модуля сдвига является наиболее простым в осуществлении. В этом случае необходимо после очистки рабочей поверхности пьезокварца нанести на нее достаточно толстый слой жидкости и измерить комплексный сдвиг резонансной частоты.

### Экспериментальная проверка теории

Для проверки теории акустического резонансного метода измерены комплексные модули сдвига коллоидной суспензии наночастиц  $\text{SiO}_2$  в полиэтилсилоксановой жидкости ПЭС-2 при толщине прослойки  $H \ll \lambda$ . В работе использован пьезокварц Х-18,5° среза с размерами 34,7x12x5,5 мм<sup>3</sup> и массой 6,24 г, основная резонансная частота  $f_0 = 73,2$  кГц. Площадь основания накладки  $S=0,2$  см<sup>2</sup>. Нанопорошок диоксида кремния  $\text{SiO}_2$  получен методом газофазного синтеза (патент 2067077 Российской Федерации, МПК C01B33/18). Коллоидная суспензия получена с использованием ультразвукового прибора Sonoswiss модели SW 1H.

На рис. 2 приведены экспериментальные результаты измерения  $\Delta f'$  — действительного и  $\Delta f''$  — мнимого сдвигов частот от обратной величины толщины жидкой прослойки для суспензий  $\text{SiO}_2/\text{ПЭС-2}$  (1,25%) с размером наночастиц 100 нм.

На рис. 2 видно, что зависимости действительного и мнимого сдвигов частот от обратной толщины прослойки линейны, что свидетельствует согласно формулам (11) и (12) наличие у данной суспензии объемного модуля сдвига, т. е. независящего от толщины прослойки. Расчеты по формулам (11) (12) дают значение для  $G'=0,25 \cdot 10^6$  дин/см<sup>2</sup> и для  $\operatorname{tg} \theta=0,35$ . Из рис. 1 и 2 видно хорошее согласие экспериментальных кривых с теоретическими.

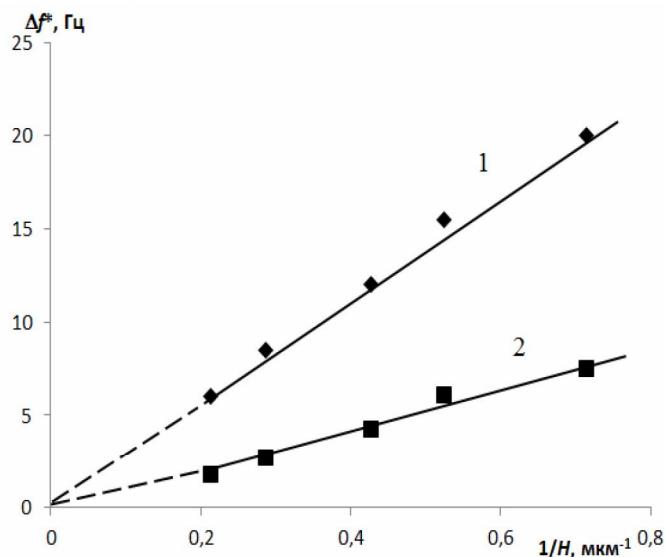


Рис. 2. Зависимость действительного (1) и мнимого (2) сдвигов частот от обратной толщины прослойки для суспензии SiO<sub>2</sub>/ПЭС-2 (1,25%) с размером наночастиц 100 нм

Также нами измерен действительный модуль сдвига этой же суспензии вторым способом, когда вся горизонтальная поверхность пьезокварца нагружена толстым слоем исследуемой жидкости. Измерение  $\Delta f''$  дало значение 11 Гц. Значением  $\Delta f'$  можно пренебречь, т. к. вклад вносимый им не превышает 2–3%. Расчет по формуле (22) дает значение для  $G'=0,21 \cdot 10^6$  дин/см<sup>2</sup>.

Значение  $G'$ , полученное вторым способом, ниже значения, полученного первым способом. Это объясняется тем, что при нагружении пьезокварца толстым слоем жидкости рабочая поверхность пьезокварца используется не в полной мере, т. к. толщина слоя из-за мениска по краям меньше, чем в середине.

Дальнейшие экспериментальные исследования комплексного модуля сдвига широкого класса обычных, полимерных жидкостей и коллоидных суспензий показали наличие низкочастотной сдвиговой упругости в них [5–9].

### **Заключение**

Из анализа решения задачи взаимодействия колебательной системы пьезокварц — прослойка жидкости — накладка получены выражения для комплексного сдвига резонансной частоты и комплексного сдвига фаз. Из теории метода следует два способа измерения сдвиговой упругости жидкости, которые реализованы в данной работе.

Первый способ реализуется при малых толщинах жидкой прослойки, когда  $H < \lambda$ . Второй способ основан на измерении предельного значения мнимого сдвига резонансной частоты пьезокварца, когда сдвиговая волна полностью затухает в толстом слое исследуемой жидкости. Удовлетворительное согласие результатов, полученных двумя способами, доказывают наличие низкочастотной сдвиговой упругости у исследованной жидкости.

### **Литература**

1. Базарон У. Б., Дерягин Б. В., Булгадаев А. В. Исследование сдвиговой упругости жидкостей и их граничных слоев динамическим методом // Докл. АН СССР. 1966. Т. 166, № 3. С. 639–643.
2. Базарон У. Б. Низкочастотная сдвиговая упругость жидкостей. Улан-Удэ: Изд-во БНЦ СО РАН, 2001. 165 с.
3. Бадмаев Б. Б., Дембелова Т. С., Дамдинов Б. Б. Вязкоупругие свойства полимерных жидкостей. Улан-Удэ: Изд-во БНЦ СО РАН, 2013. 190 с.
4. Бадмаев Б. Б., Дамдинов Б. Б., Лайдабон Ч. С. Анализ распространения сдвиговых волн в пропиточных растворах // Вестник Бурятского государственного университета. Математика, информатика. 2015. № 4. С. 3–7.
5. Badmaev B. B., Dembelova T. S., Damdinov B. B. Shear viscoelastic properties of liquids and their boundary layers // Advances in Colloid and Interface Science. 2003. V. 104. № 1–3. P. 299–305.
6. О возможности измерения сдвиговых механических свойств жидкостей различными резонаторами / Б. Б. Дамдинов [и др.] // Известия высших учебных заведений. Физика. 2006. Т. 49, № 3. Приложение. С. 22–23.
7. Низкочастотная сдвиговая упругость жидкостей / Б. Б. Бадмаев [и др.] // Акустический журнал. 2010. Т. 56, № 5. С. 602–605.
8. Influence of surface wettability on the accuracy of measurement of fluid shear modulus / B. Badmaev [et al.] // Colloids and Surfaces A: Physicochem. Eng. Aspects. 2011. V. 383. P. 90–94.
9. Низкочастотная вязкоупругая релаксация в жидкостях / Б. Б. Бадмаев [и др.] // Известия высших учебных заведений. Физика. 2014. Т. 57, № 6. С. 34–39.
10. Сдвиговая упругость и прочность структуры жидкости на примере диэтиленгликоля / Б. Б. Бадмаев [и др.] // Журнал технической физики. 2017. Т. 87, № 1. С. 18–21.

## THEORY OF ACOUSTIC RESONANT METHOD FOR MEASURING THE SHEAR ELASTICITY OF LIQUIDS

*Badma B. Badmaev*

Dr. Sci. (Engineering), Head of Laboratory,  
Institute of Material Physics SB RAS  
6 Sakhyanovoy St., Ulan-Ude 670047, Russia  
E-mail: lmf@ipms.bscnet.ru

*Tuyana S. Dembelova*

Dr. Sci. (Engineering), Leading Researcher,  
Institute of Material Physics SB RAS  
6 Sakhyanovoy St., Ulan-Ude 670047, Russia  
E-mail: tu\_dembel@mail.ru

*Dagzama N. Makarova*

Researcher,  
Institute of Material Physics SB RAS  
6 Sakhyanovoy St., Ulan-Ude 670047, Russia  
E-mail: dagzama@mail.ru

*Evgeniya D. Vershinina*

Research Assistant,  
Institute of Material Physics SB RAS  
6 Sakhyanovoy St., Ulan-Ude 670047, Russia  
E-mail: lmf@ipms.bscnet.ru

The article deals with the theory of using acoustic resonance method for measuring the low-frequency shear elasticity of liquids. The acoustic resonant method is based on the application of a piezoquartz resonator which contacts with an interlayer of liquid covered with a solid cover plate. An expression for the complex shear of the resonant frequency was obtained from solving the problem of interaction in the system of a piezoelectric quartz — a liquid interlayer — a cover-plate. Taking into account that a cover-plate, due to the weak binding with the liquid interlayer, is practically at rest, we got the expressions for the real and imaginary shears of the resonant frequency and for the components of the complex phase shear in the reflection of shear wave from the boundary of liquid and cover-plate. From the analysis of the expressions for the complex shear of the resonant frequency it follows that there are two methods for measuring the shear modulus of liquids. The first method is implemented, when the liquid layer is much smaller than the length of shear wave. The second method is based on measuring the limiting values of frequency shears at a complete attenuation of the shear wave in a thick layer of liquid. We obtained the formulas for calculating the shear modulus. Both methods of measurement were experimentally implemented in this work and gave the concordant results. The experimental curves of the dependence of the frequency shears on the inverse thickness of the liquid interlayer agree well with the theoretical ones.

*Keywords:* shear wave; piezoquartz; elasticity; phase; impedance; frequency; tangent of mechanical losses angle; resonance; liquid.

*References*

1. Bazaron U. B., Deryagin B. V., Bulgadayev A. V. Issledovanie sdvigovoi uprugosti zhidkostei i ikh granichnykh sloev dinamicheskim metodom [Investigation of Shear Elasticity of Liquids and Their Boundary Layers by the Dynamic Method]. *Doklady AN SSSR — Proc. of the USSR AS.* 1966. V. 166. No. 3. Pp. 639–643.
2. Bazaron U. B. *Nizkochastotnaya sdvigovaya uprugost zhidkostei* [Low-Frequency Shear Elasticity of Liquids]. Ulan-Ude: BSC SB RAS Publ., 2001, 165 p.
3. Badmaev B. B., Dembelova T. S., Damdinov B. B. *Vyazkouprugie svoistva polimernykh zhidkostei* [Viscoelastic Properties of Polymeric Fluids]. Ulan-Ude: BSC SB RAS Publ., 2013. Pp. 190.
4. Badmaev B. B., Damdinov B. B., Laidabon Ch. S. Analiz rasprostraneniya sdvigovykh voln v propitochnykh rastvorakh [Analysis of Shear Wave Propagation in Impregnating Solutions]. *Vestnik Buryatskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika. Informatika — Bulletin of Buryat State University. Mathematics. Computer Science.* 2015. No. 34. Pp. 3–7.
5. Badmaev B. B., Dembelova T. S., Damdinov B. B. Shear Viscoelastic Properties of Liquids and Their Boundary Layers. *Advances in Colloid and Interface Science.* 2003. V. 104. No. 1–3. Pp. 299–305.
6. Damdinov B. B., Barnakov Yu. A., Dembelova T. S., Tsydenova D. N. O vozmozhnosti izmereniya sdvigovykh mekhanicheskikh svoystv zhidkostei razlichnymi rezonatorami [On the Possibility of Measuring the Shear Mechanical Properties of Liquids by Different Resonators]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Phisika — Russian Physics Journal.* 2006. V. 49. No 3. Pp. 22–23.
7. Badmaev B. B., Balzhinov S. A., Damdinov S. A., Dembelova T. S. Nizkochastotnaya sdvigovaya uprugost zhidkostey [Low-Frequency Shear Elasticity of Liquids]. *Akusticheskiy zhurnal — Acoustical Physics.* 2010. V. 56. No. 5. Pp. 602–605.
8. Badmaev B., Dembelova T., Damdinov B., Makarova D., Budaev O. Influence of Surface Wettability on the Accuracy of Measurement of Fluid Shear Modulus. *Colloids and Surfaces A: Physicochem. Eng. Aspects.* 2011. V. 383. Pp. 90–94.
9. Badmaev B. B., Makarova D. N., Sanditov D. S., Damdinov B. B., Dembelova T. S. Nizkochastotnaya vyazkouprugaya relaksatsiya v zhidkostyakh [Low-Frequency Viscoelastic Relaxation in Liquids]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Phisika — Russian Physics Journal.* 2014. V. 57. No. 6. Pp. 34–39.
10. Badmaev B. B., Dembelova T. S., Makarova D. N., Gulgenov Ch. Zh. Sdvigovaya uprugost i prochnost struktury zhidkosti na primere dietilenglikolya [Shear Elasticity and Strength of the Liquid Structure by an Example of Diethylene Glycol]. *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki — Technical Physics. The Russian Journal of Applied Physics.* 2017. V. 87. No. 1. Pp. 18–21.