

УДК 537.226.86:534.2

DOI: 10.18101/2304-5728-2019-2-95-103

МОДЕЛИРОВАНИЕ АКУСТОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В СИСТЕМЕ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПОДЛОЖКА — ЖИДКИЙ СЛОЙ¹

© **Симаков Иван Григорьевич**

кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник,
Институт физического материаловедения СО РАН
Россия, 670047, г. Улан-Удэ, ул. Сахьяновой, 6
E-mail: simakov-bsc@ Rambler.ru

© **Гулгенов Чингис Жаргалович**

кандидат технических наук, научный сотрудник,
Институт физического материаловедения СО РАН
Россия, 670047, г. Улан-Удэ, ул. Сахьяновой, 6
E-mail: chingisbarga@gmail.com

© **Базарова Саяна Бимбаевна**

аспирант,
Институт физического материаловедения СО РАН
Россия, 670047, г. Улан-Удэ, ул. Сахьяновой, 6
E-mail: baz_say@mail.ru

С помощью метода электромагнитного импеданса и аппроксимации Ингебригтсена получено дисперсионное уравнение для описания поверхностных волн рэлеевского типа в системе пьезоэлектрическая подложка — жидкий слой. Рассмотрена модель взаимодействия поверхностных акустических волн с электронной подсистемой жидкости в слое. В исследуемой слоистой системе проанализировано влияние изменения условий распространения поверхностных волн, имеющих механическую и электрическую природу, на их параметры. В рамках импедансного подхода рассмотрены особенности акустоэлектрического взаимодействия при распространении поверхностных акустических волн вдоль границы пьезоэлектрического полупространства и полупространства, включающего жидкий слой и вакуум (газ). Показано, что амплитуда и скорость поверхностных волн изменяются вследствие взаимодействия электрических полей, сопровождающих упругие возмущения в пьезоэлектрике, с жидкостью в слое, т. е. в результате акустоэлектрического взаимодействия.

Ключевые слова: поверхностные акустические волны; жидкий слой; импедансный метод; акустоэлектрическое взаимодействие; пьезоэлектрическое полупространство; эффективная диэлектрическая проницаемость; электромагнитный поверхностный импеданс; дисперсионное уравнение; затухание поверхностных волн; дисперсия скорости поверхностных волн.

¹ Работа выполнена в рамках государственного задания ИФМ СО РАН, проект № 0336-2017-0002.

Для цитирования:

Симаков И. Г., Гулгенов Ч. Ж., Базарова С. Б. Моделирование акустоэлектрического взаимодействия в системе пьезоэлектрическая подложка — жидкий слой // Вестник Бурятского государственного университета. Математика, информатика. 2019. № 2. С. 95–103.

Введение

Исследование распространения поверхностных акустических волн (ПАВ) в слоистых структурах, кроме возможности создания компактных акустоэлектронных устройств, в значительной степени стимулируется потребностями дефектоскопии и физики поверхностных явлений. Анализ поверхностного явления или эффекта, лежащего в основе работы любого устройства на ПАВ, должен опираться на решение соответствующей граничной задачи для уравнений теории упругости, связанных в случае пьезоэлектрических сред с полной системой уравнений Максвелла — Лоренца [1; 2].

Комплекс уравнений, описывающий упругие и электромагнитные процессы в пьезокристалле в отсутствии внешних токов и зарядов, связывает три ветви «медленных» упругих волн с двумя ветвями «быстрых» электромагнитных волн разной поляризации. При подстановке в эти уравнения решений для смещения, напряженности магнитного и электрического полей вида $u_j, H_j, E_j \sim \exp i(\mathbf{kr} - \omega t)$ общее дисперсионное уравнение имеет десятый порядок по частоте и компонентам волнового вектора. Даже приближенное решение этого уравнения представляется чрезвычайно сложной задачей, поэтому практически все исследователи используют физически обоснованные упрощения. Например, формально полагают, что скорость света стремится к бесконечности. Уравнения Максвелла–Лоренца в этом случае становятся квазистационарными и электрическое поле волны связано с потенциалом выражением $\mathbf{E} = -\nabla\phi$. Потенциальное магнитное поле в акустоэлектрической волне отсутствует, а вихревая часть электрического поля пренебрежимо мала [2; 3].

Наличие жидкого слоя на поверхности пьезоэлектрической подложки существенно усложняет расчеты. Поскольку электрические поля, заряды и токи на поверхности пьезокристалла зависят от возбуждаемых ими упругих колебаний, задача должна решаться как самосогласованная. Традиционно такая задача решается с использованием метода последовательных приближений, сначала решают упругую задачу без учета пьезоэффекта, а затем в первом приближении теории возмущений определяют электрическое поле. Полученное приближенное решение применимо при условии малости коэффициента электромеханической связи [1–3]. Наиболее корректной представляется попытка строгого решения задачи с применением функции Грина [4] и построением алгоритма точного решения электрической задачи. В рамках этого подхода для решения электрической задачи предлагается использовать понятие поверхностного импеданса, введенного Ингебригтсеном [5; 6].

Необходимость развития методов расчета, основанного на точных или приближенных решениях уравнений движения, делает последовательный подход к анализу распространения ПАВ и моделированию акустоэлектрического взаимодействия в слоистых структурах весьма актуальным. Настоящая работа посвящена получению дисперсионного уравнения для описания взаимодействия поверхностных акустических волн с жидким слоем на основе физически обоснованных гипотез, идеализаций и упрощений.

1 Импедансный метод

Решение задач о возбуждении, распространении и акустоэлектрическом взаимодействии ПАВ в слоистых структурах кроме прямых численных методов с использованием вычислительных машин широко и эффективно осуществляется импедансными методами [2–5]. Они физически корректны, вместе с тем обладают наглядностью и простотой, позволяющей в ряде случаев получить решение в аналитическом виде. При импедансном подходе предлагается искать решение задачи распространения упругих и электрических возмущений только на границе пьезоэлектрического полупространства и жидкого слоя [6].

Пусть ПАВ на фиксированной частоте ω с волновым числом k распространяется в Z -направлении на поверхности звукопровода, занимающего область $y < 0$ (рис. 1). В полупространстве $y > 0$ при этом может находиться диэлектрик – жидкость, газ, вакуум или, как в нашем случае, жидкий слой и парогазовая среда. Предположим, что механический контакт между областями $y > 0$ и $y < 0$ отсутствует и взаимодействие осуществляется исключительно посредством электрических полей. Кроме того, электрическая связь между полупространствами определяется граничными условиями непрерывности электрического потенциала φ и нормальной компоненты индукции D_n .

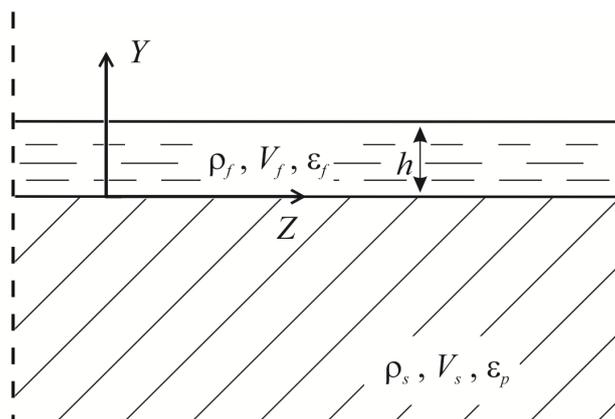


Рис. 1. Слоистая структура «пьезоэлектрическая подложка — жидкий слой» и система координат

Если тангенциальные составляющие напряженности электрического E_τ и магнитного H_τ гармонических полей на границе раздела перпендикулярны, то уместно ввести электромагнитный поверхностный импеданс $Z_s = E_\tau / H_\tau$. В квазистатическом приближении ($\text{div } \mathbf{D} = 0$, $\text{rot } \mathbf{E} = 0$, $\mathbf{E} = -\nabla\varphi$) поверхностный импеданс пьезоэлектрического полупространства, на границе которого распространяются поверхностные волны рэлеевского типа, определяется отношением потенциала φ к нормальной составляющей электрической индукции D_n , т. е. $Z_s = |k|\varphi / D_n$.

2 Эффективная диэлектрическая проницаемость

В линейном приближении в качестве основной величины, непрерывной на границе, можно взять отношение D_n / φ . Эта величина не зависит от амплитуды волны и может быть вычислена отдельно для каждого полупространства. Фактически часто используется безразмерная величина

$$\varepsilon_{ef} = -D_n / (k\varphi), \tag{1}$$

которую называют эффективной диэлектрической проницаемостью и вычисляют всегда для области $y < 0$ (волновое число $k = \omega / V_s$, где ω — круговая частота, V_s — скорость ПАВ) [3]. Значения эффективных диэлектрических проницаемостей или обратно пропорциональных им поверхностных импедансов ($\varepsilon_{ef} = Z_s^{-1}$) пьезоэлектрических звукопроводов зависят не только от их параметров, но и от типа ПАВ [7].

Поверхностный потенциал можно выразить через функцию Грина для пьезоэлектрического полупространства

$$G(z - z_0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp[-ik(z - z_0)]}{|k| \varepsilon_{ef}(k)} dk. \tag{2}$$

и плотность поверхностного распределения заряда $\sigma(z)$

$$\varphi(y, z)|_{y=0} = \int_{-\infty}^{\infty} G(z - z_0) \sigma(z_0) dz_0.$$

В выражении (2) эффективная диэлектрическая проницаемость $\varepsilon_{ef}(k)$, связывает между собой поверхностный потенциал и плотность заряда,

$$\varepsilon_{ef}(k) = \frac{\sigma(k)}{|k| \varphi(k)}, \tag{3}$$

где $\sigma(k)$ и $\varphi(k)$ — гармонические компоненты поверхностной плотности заряда и поверхностного потенциала соответственно. Выражение (3) справедливо при любых значениях частоты ω .

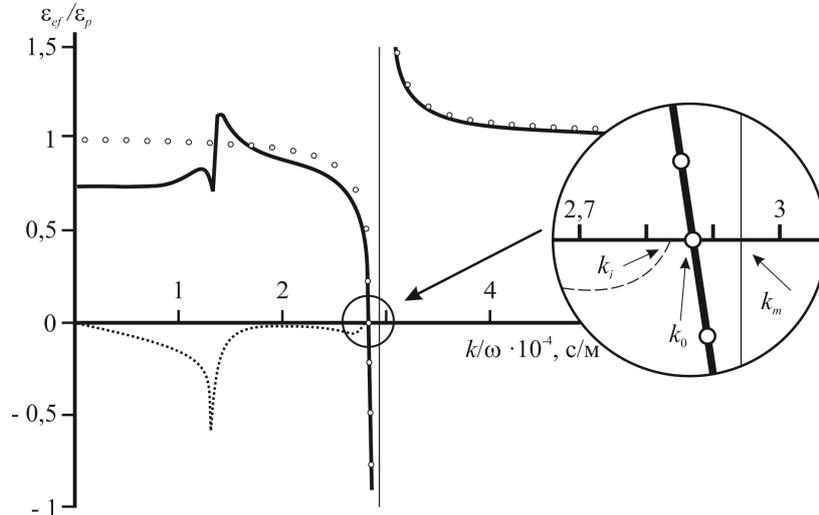


Рис. 2. Зависимость отношения $\varepsilon_{ef}/\varepsilon_p$ для ниобата лития YZ-среза от обратной скорости упругих волн.

Re $[\varepsilon_{ef}(k)]$ — сплошная линия, Im $[\varepsilon_{ef}(k)]$ — пунктир, маркеры — $\varepsilon_{ef}(k)$ согласно аппроксимации Ингебригтсена

Эффективная диэлектрическая проницаемость пьезоэлектрического полупространства $\varepsilon_{ef}(k)$ включает действительную и мнимую части и может быть найдена только численно. Для анализа зависимости эффективной диэлектрической проницаемости полубесконечного пьезоэлектрика $\varepsilon_{ef}(k)$ от обратной скорости упругих волн k/ω удобно воспользоваться её отношением к величине $\varepsilon_p = (\varepsilon_{11}\varepsilon_{33} - \varepsilon_{13}^2)^{1/2}$, имеющей физический смысл диэлектрической проницаемости пьезоэлектрика в предельном случае нулевого пьезоэффекта, ε_{ij} — компоненты тензора диэлектрической проницаемости пьезокристалла. Зависимость безразмерной величины $\varepsilon_{ef}(k)/\varepsilon_p$ для YZ-среза ниобата лития от обратной скорости упругих волн k/ω иллюстрирует рис. 2. Рассматриваемая функциональная зависимость обращается в нуль, в случае свободной от зарядов поверхности $\sigma(k) = 0$, при $k = k_0$. При $k = k_m$ функциональная зависимость имеет полюс. Последняя особенность функциональной зависимости характеризуется равенством нулю потенциала, что возможно только при металлизированной поверхности пьезоэлектрика $V = V_m$. При вычислении представленной на рис. 2 функциональной зависимости упомянутые особенности подынтегрального выражения (2) дают решение, соответствующее поверхностным волнам рэлеевского типа. Именно частичное уменьшение пьезоэлектрического поля при акустоэлектрическом взаимодействии обуславливает изменение скорости ПАВ и связанного с ним затухания. При вычислении отношения эффективных диэлектрических проницаемостей пьезоэлектрика $\varepsilon_{ef}(k)/\varepsilon_p$ в области значений $k < k_i$ комплексность $\varepsilon_{ef}(k)$ приводит к появлению решений, соответствующих возбуждению объемных акустических волн.

3 Дисперсионное уравнение

Для решения задач акустоэлектрического взаимодействия в слоистых системах применяется импедансный метод [3; 6]. Он основан на том, что для пьезоэлектрического звукопровода и прилегающей к нему среды на их поверхностях вводятся поверхностные импедансы или эффективные диэлектрические проницаемости (3). Значения поверхностных эффективных диэлектрических проницаемостей для каждой среды учитывают все граничные условия и её физические свойства. Граничные условия для φ , D_n на границе раздела сред требуют непрерывности $\varepsilon_{ef}(k)$, откуда следует уравнение, связывающее ω и k , т. е. дисперсионное уравнение:

$$\varepsilon_{ef}^{(y<0)} = -\varepsilon_{ef}^{(y>0)}. \quad (4)$$

Знак « $-$ » определяется направлением оси Y . С помощью уравнения (4), используя вычисленные эффективные диэлектрические проницаемости прилегающих полупространств, можно находить решения для волновых полей в различных слоистых системах [6; 7].

Следуя работе [5], можно показать, что эффективная диэлектрическая проницаемость при наличии квазиэлеевских ПАВ дается выражением:

$$\varepsilon_{ef} = \varepsilon_p \frac{V - V_0}{V - V_m} = \varepsilon_p \frac{k - k_0}{k - k_m}, \quad (5)$$

$k_0 = \omega/V_0$ и $k_m = \omega/V_m$ — волновые числа ПАВ на «открытой» и «закороченной» поверхности пьезоэлектрика соответственно.

Вычисленные с помощью аппроксимации Ингебригтсена значения $\varepsilon_{ef}(k)$ представлены маркерами на рис. 2. Необходимо отметить хорошее согласие аппроксимации Ингебригтсена (5) и действительной части $\varepsilon_{ef}(k)$ (сплошная кривая на рис. 2.) в диапазоне значений волнового числа от k_0 до k_m . Именно в этом диапазоне происходит изменение k при частичном или полном «закорачивании» пьезоэлектрического поля.

Эффективная диэлектрическая проницаемость полупространства, содержащего жидкий слой толщиной h [6]:

$$\varepsilon_{ef} = \varepsilon_f \frac{\varepsilon_f \operatorname{th}(kh) + \varepsilon_g}{\varepsilon_f + \varepsilon_g \operatorname{th}(kh)}. \quad (6)$$

Здесь ε_f — диэлектрическая проницаемость жидкости, $\varepsilon_g \approx 1$ — диэлектрическая проницаемость вакуума или газа.

При распространении ПАВ в исследуемой слоистой системе электрическое поле, сопровождающее упругие возмущения, взаимодействует с электронной подсистемой жидкости в слое. При этом энергия поверхностной волны расходуется на поляризацию молекул жидкости. Этот эффект на параметрах акустоэлектрических ПАВ проявляется как изменение скорости $V_s - V_0 = \Delta V$ и затухания α , для определения которых можно воспользоваться известными соотношениями [6]:

$$\alpha = \operatorname{Im}(\Delta k), \quad \Delta V/V = \operatorname{Re}(\Delta k/k),$$

где $\Delta k = k_s - k_0$.

Естественно, что в этом случае волновое число ПАВ и диэлектрическую проницаемость жидкости необходимо использовать в комплексном виде.

Используя формулы (5), (6) и граничное условие (4), получим дисперсионное уравнение для ПАВ в слоистой системе

$$-\varepsilon_p \frac{k^* - k_0}{k^* - k_m} = \varepsilon_f \frac{\varepsilon_f \operatorname{th}(k^*h) + \varepsilon_g}{\varepsilon_f + \varepsilon_g \operatorname{th}(k^*h)} \approx \varepsilon_f \frac{\varepsilon_f \operatorname{th}(k^*h) + 1}{\varepsilon_f + \operatorname{th}(k^*h)}. \quad (7)$$

Здесь $k^* = k + i\alpha$; $\varepsilon_f = \varepsilon' - i\varepsilon'' = \varepsilon'(1 - i \operatorname{tg} \delta)$, ($\operatorname{tg} \delta = \varepsilon'' / \varepsilon'$).

В качестве примера на рис. 3 представлены результаты численного расчета (кривая 1) изотермы дисперсии скорости ПАВ в системе «жидкий слой воды — ниобат лития».

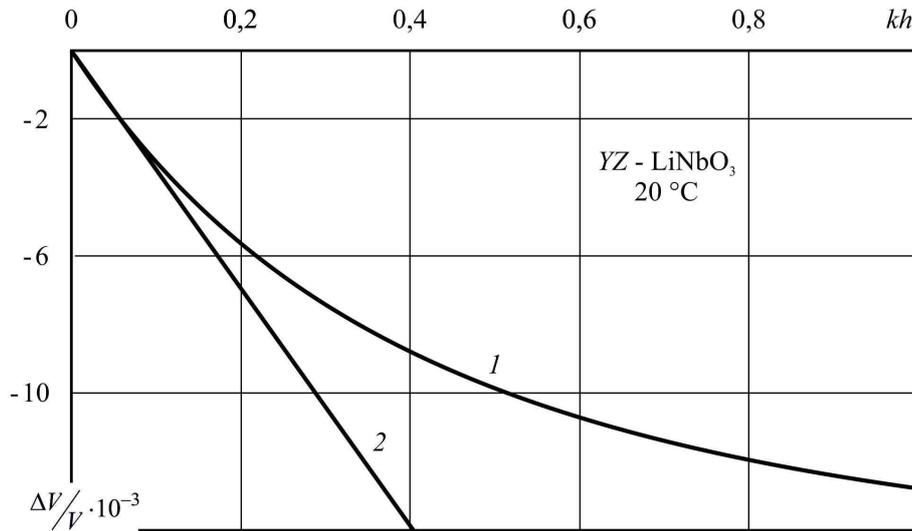


Рис. 3. Изотерма дисперсии скорости ПАВ в системе «жидкий слой воды — ниобат лития»

В расчетах использовались диэлектрические проницаемости пьезоэлектрической подложки $\varepsilon_p = 50,2$ и полупространства, включающего слой жидкости (воды) $\varepsilon_f = 80$ и газ $\varepsilon_g \approx 1$, а также акустические параметры звукопровода ($V_0 = 3484$ м/с; $V_m = 3404$ м/с). При малых значениях толщины жидкого слоя $kh \ll 1$ можно использовать линейное приближение $\Delta V/V \approx -0,03516 kh$ (кривая 2). Для значений нормализованной толщины слоя воды $kh \leq 0,1$ ошибка определения дисперсии скорости ПАВ при использовании приближенного уравнения менее 0,052 % [6].

Заключение

Таким образом, рассмотрено акустоэлектрическое взаимодействие в системе пьезоэлектрическая подложка — жидкий слой. Для пьезоэлектрического полупространства на основе импедансного метода получено дисперсионное уравнение, описывающее влияние жидкого слоя на затухание и дисперсию скорости поверхностных акустических волн. Полученное уравнение позволяет анализировать распространение упругих волн в системе пьезоэлектрическая подложка — жидкий слой и изучать акустоэлектрическое взаимодействие в этой системе.

Литература

1. Viktorov I. A. Rayleigh and Lamb Waves. Physical Theory and Applications. Springer, 2013. 154 p.
2. Балакирев М. К., Гишинский И. А. Волны в пьезокристаллах. Новосибирск: Наука, 1982. 240 с.
3. Поверхностные акустические волны в неоднородных средах / С. В. Бирюков [и др.]. М.: Наука, 1991. 416 с.
4. Гишинский И. А., Попов В. В. Возбуждение акустоэлектрических волн в пьезоэлектриках внешними источниками // ЖТФ. 1976. Т. 46. № 11. С. 2233–2242.
5. Ingebrigtsen K. A. Surface waves in piezoelectrics // J. Appl. Phys. 1969. V. 40, N 7. P. 2681–2686.
6. Симаков И. Г. Дисперсия поверхностных акустических волн в тонком слое жидкости на поверхности пьезоэлектрика // Учен. зап. физ. фак-та Моск. ун-та. 2014. № 5. С. 145325.
7. Вьон В. А., Киккарин С. М. О поверхностной эффективной диэлектрической проницаемости пьезоэлектрических звукопроводов // Акуст. журн. 1991. Т. 37, вып. 5. С. 1030–1032.

ACOUSTO-ELECTRIC INTERACTION MODELING IN THE PIEZOELECTRIC SUBSTRATE–LIQUID LAYER SYSTEM

Ivan G. Simakov

Cand. Sci. (Phys. and Math.), Senior Researcher,
Institute of Physical Material Science SB RAS
6 Sakhyanovoy St., Ulan-Ude 670047, Russia
E-mail: simakov-bsc@rambler.ru

Chingis Zh. Gulgenov

Cand. Sci. (Engineering), Researcher,
Institute of Physical Material Science SB RAS
6 Sakhyanovoy St., Ulan-Ude 670047, Russia
E-mail: chingisbarga@gmail.com

Sayana B. Bazarova
Research Assistant,
Institute of Physical Material Science SB RAS
6 Sakhyanovoy St., Ulan-Ude, 670047, Russia
E-mail: baz_say@mail.ru

Using the method of electromagnetic impedance and Ingebrigtsen's approximation, we have obtained a dispersion equation for description of surface Rayleigh-type waves in a piezoelectric substrate–liquid layer system. The article considers a model of interaction between surface acoustic waves and the electronic subsystem of fluid in a layer. We have analyzed the influence of changed conditions of surface wave propagation on their parameters in the studied layered system. The features of acousto-electric interaction during surface acoustic wave propagation along the boundary of piezoelectric half-space and half-space, containing the liquid layer and vacuum (gas), are considered within the framework of impedance approach. It is shown that the amplitude and velocity of surface waves change due to the interaction of electric fields accompanying elastic perturbations in the piezoelectric with fluid in the layer, i. e. acousto-electric interaction.

References

1. Viktorov I. A. *Rayleigh and Lamb Waves: Physical Theory and Applications*. Springer, 2013. 154 p.
2. Balakirev M. K., Gilinskii I. A. *Volny v pyezokristallakh* [Waves in Piezoelectric Crystals]. Novosibirsk: Nauka Publ., 1982. 240 p.
3. Biryukov S. V., Gulyaev Yu. V., Krylov V. V., Plesskii V. P. *Poverkhnostnye akusticheskie volny v neodnorodnykh sredakh* [Surface Acoustic Waves in Non-Homogeneous Media]. Moscow: Nauka Publ., 1991. 416 p.
4. Gilinskii I. A., Popov V. V. *Vozbuzhdenie akustoelektricheskikh voln v pyezoelektrikakh vneshnimi istochnikami* [Acousto-Electric Wave Generation in Piezoelectrics by External Sources]. *Technical Physics. The Russian Journal of Applied Physics*. 1976. V. 46. No. 11. Pp. 2233–2242.
5. Ingebrigtsen K. A. Surface Waves in Piesoelectrics. *J. Appl. Phys.* 1969. V. 40. No. 7. Pp. 2681–2686.
6. Simakov I. G. *Dispersiya poverkhnostnykh akusticheskikh voln v tonkom sloe zhidkosti na poverkhnosti pyezoelektrika* [Dispersion of Surface Acoustic Waves in a Thin Layer of Liquid on the Piezoelectric Surface]. *Uchenye zapiski fizicheskogo fakulteta Moskovskogo universiteta*. 2014. No. 5. Pp. 145325.
7. Vyun V. A., Kikkarin S. M. *O poverkhnostnoi effektivnoi dielektricheskoi pronitsaemosti pyezoelektricheskikh zvukoprovodov* [About Surface Effective Dielectric Constant of Piezoelectric Acoustic Pipes]. *Acoustical Physics*. 1991. V. 37. Iss. 5. Pp. 1030–1032.