ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

УДК 517.53
DOI: 10.18101/2304-5728-2019-4-3-11

О ПОЛНОМ ОПИСАНИИ ВЕСОВОГО КЛАССА ЦЕЛЫХ ФУНКЦИЙ

© Охлупина Ольга Валентиновна
кандидат физико-математических наук, доцент,
Брянский государственный инженерно-технологический университет
Россия, 241037, г. Брянск, пр-т Станке Димитрова, 3
E-mail: helga131081@yandex.ru

Благодаря ряду широко известных работ К. Вейерштрасса, Ж. Адамара, Э. Бореля, посвященных факторизации классов целых функций, актуальность построения факторизационных представлений различных классов функций не снижается и по сей день. Современные авторы успешно продолжают работать в данном направлении, публикуя множество замечательных результатов. Следует особо выделить работы М. М. Джрбашяна, У. Хеймана, М. Цудзи, Ф. А. Шамояна, Н. А. Широкова, Б. Н. Хабибуллина, Б. И. Коренблюма, К. Сейпа, Х. Хеденмальма. Теория операторов, теория приближений часто используют получаемые факторизационные представления специальных классов функций в своих задачах. Полное описание различных функциональных классов включает в себя как факторизацию, так и характеризацию множеств корней. Данная работа посвящена построению представления класса целых функций комплексного переменного с весом из *Lp*-пространств. Утверждения статьи доказываются с использованием методов комплексного и функционального анализа.
Ключевые слова: факторизационное представление; целая функция; корневые множества; бесконечное произведение; фактор; порядок целой функции; полное описание; комплексная плоскость; считающая функция; оценка.

Для цитирования:
Охлупина О. В. О полном описании весового класса целых функций // Вестник Бурятского государственного университета. Математика, информатика. 2019. № 4. С. 3–11.

Введение

Множество задач теории функций комплексного переменного посвящено исследованию специальных классов функций. При их изучении возникает необходимость получения полного описания таких классов.

Описанием корневых множеств и получением факторизационных представлений многочисленных классов функций занимались и продолжают заниматься специалисты комплексного анализа.

Интерес к подобным вопросам возник благодаря работам о нулях целых функций, рост которых при приближении к бесконечно удаленной точке задан, задачам о факторизации функций ограниченного вида и классов Харди в единичном круге.

Исследованием различных классов функций, получением их полного описания активно занимаются современные авторы, такие, как Б. И. Левин, М. М. Джрбашян, Н. В. Говоров, А. А. Гольдберг, И. В. Островский, А. М. Седлецкий, Ф. А. Шамоян, Б. И. Коренблюм, К. Сейп, Б. Н. Хабибуллин и многие другие.

Прежде чем сформулировать основную задачу, введем необходимые обозначения.

Обозначим через C комплексную плоскость. Рассмотрим на ней множество всех целых функций $H\left(C\right)$. Пусть $0<p<+\infty$, $0<\rho<+\infty$.

Определим следующий класс функций:

$$H_{\rho}^{p}\left(C\right)=\left\{f\in H\left(C\right):\int\limits_{1}^{+\infty}\frac{\left(\ln M\left(r,f\right)\right)^{p}}{r^{\rho p+1}}dr<+\infty\right\}.$$

В данной работе получено полное описание функций класса $H_{\rho}^{p}\left(C\right)$ при целых ρ и ρ, не являющихся целыми, а именно построено факторизационное представление, а также получено описание корневых множеств класса.

Случай $p=1$ описан в [1].

Основной и вспомогательные результаты работы доказываются с применением методов, изложенных в работах [2–6].

Корневые множества других весовых классов целых и субгармонических функций комплексного переменного были описаны автором в работах [4–6].

1 Постановка задачи

Теорема А. Пусть ρ — нецелое неотрицательное число, $0<p<+\infty$, $\rho-1<q<\rho$. Тогда эквивалентны следующие утверждения:

1) $f\in H_{\rho}^{p}\left(C\right)$;

2) f допускает представление

$$f(z)=z^{m}\prod_{k=1}^{+\infty}\left(1-\frac{z}{z_k}\right)\exp\left(\sum_{j=1}^{q}\frac{1}{j}\left(\frac{z}{z_k}\right)^{j}\right)\exp\left(h\left(z\right)\right),$$

где $z\in C$, $h\left(z\right)$ — многочлен степени меньше ρ, m — некоторое неотрицательное целое число, $\left\{z_k\right\}_{k=1}^{+\infty}$ — последовательность комплексных чисел, удовлетворяющая условию $\sum\limits_{k=1}^{\infty}\frac{n^{p}\left(2^{k}\right)}{2^{k\rho p}}<+\infty$.

Теорема Б. Пусть $\rho\in N$. Тогда следующие два утверждения эквивалентны:

1) $f\in H_{\rho}^{p}\left(C\right)$;

2) f допускает представление

$$f(z)=z^m\prod_{k=1}^{+\infty}\left(1-\frac{z}{z_k}\right)\exp\left(\sum_{j=1}^{\rho}\frac{1}{j}\left(\frac{z}{z_k}\right)^j\right)\exp\big(h(z)\big),$$

где $z\in C$, $h(z)$ — многочлен степени меньше, чем ρ, $m\in Z$, $m\ge 0$, $\{z_k\}_{k=1}^{+\infty}$ — произвольная последовательность комплексных чисел, для которых $\sum_{k=1}^{\infty}\frac{n^p\left(2^k\right)}{2^{k\rho p}}<+\infty$, $\delta_f(r)=\left|\sum_{|z_k|\le r}\frac{1}{z_k^{\,\rho}}\right|$ удовлетворяет условию $\int_1^{+\infty}\frac{\left(\delta_f(r)\right)^p dr}{r}<+\infty$.

2 Важные теоремы

Доказательство основных теорем строится с использованием следующих утверждений.

Для $f\in H(C)$ определим $Z_f=\{z\in C: f(z)=0\}$.

Пусть $q\in N$, $z,\zeta\in C$, тогда $A_q(z,\zeta)=\left(1-\frac{z}{\zeta}\right)\exp\left(\sum_{j=1}^{q}\left(\frac{z}{\zeta}\right)^j\right)$ — фактор бесконечного произведения Вейерштрасса порядка q.

Для последовательности комплексных чисел $Z=\{z_k\}_{k=1}^{\infty}$, $|z_k|\le|z_{k+1}|$, $k=1,2,\dots$, $|z_k|\to+\infty$, $k\to+\infty$ обозначим $n(r)=card\{z_k:|z_k|\le r\}$, $0<r<+\infty$. При $Z=Z_f$ соответствующую считающую функцию назовем n_f.

Теорема 1. Пусть $0<\rho<+\infty$, $0<p<+\infty$, $\rho\notin N$. Тогда утверждения равносильны:

1) найдется $f\in H_\rho^p(C)$ такая, что $Z=\{z_k\}_{k=1}^{\infty}$ можно представить в виде $Z=Z_f$;

2) $\sum_{k=1}^{+\infty}\frac{n^p\left(2^k\right)}{2^{\rho pk}}<+\infty$. (*)

Доказательство. Согласно свойствам несобственных интегралов сходимость ряда (*) равносильна сходимости интеграла

$$\int_1^{+\infty}\frac{n^p(r)}{r^{\rho p+1}}dr<+\infty. \qquad (**)$$

При $2^k\le r\le 2^{k+1}$, $n\left(2^k\right)\le n(r)\le n\left(2^{k+1}\right)$:

$$I = \int_{1}^{+\infty} \frac{n^p(r)}{r^{\rho p+1}} dr = \sum_{k=0}^{+\infty} \int_{2^k}^{2^{k+1}} \frac{n^p(r)}{r^{\rho p+1}} dr \le$$

$$\le \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{\left(n\left(2^{k+1}\right)\right)^p}{2^{k\rho p}} = \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{n^p\left(2^m\right)}{2^{(m-1)\rho p}} = 2^{\rho p} \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{n^p\left(2^m\right)}{2^{m\rho p}}.$$

Поэтому из сходимости (*) вытекает сходимость интеграла (**).

Функция $n(r)$ монотонна на $R_+ = [0;+\infty)$. Используя этот факт, несложно показать справедливость обратного утверждения.

Пусть $f \in H_\rho^p(C)$, $Z = Z_f$. Докажем сходимость интеграла (**).

Применяя неравенство Иенсена, имеем $n_f(r) \le \ln M(er, f) + C_f$. Поэтому

$$\int_{1}^{+\infty} \frac{n_f^{\ p}(r)}{r^{\rho p+1}} dr \le \int_{1}^{+\infty} \frac{\ln^p M(er, f)}{r^{\rho p+1}} dr \le e^{\rho p} \int_{e}^{+\infty} \frac{\ln^p M(t, f)}{t^{\rho p+1}} dt < +\infty .$$

Доказали, что из 1) следует 2). Покажем справедливость обратного утверждения.

Пусть q — целое число такое, что $q \le \rho < q+1$. $E_q(z, z_k) = \prod_{k=1}^{+\infty} A_q(z, z_k)$.

Покажем, что произведение $E_q(z, z_k)$ сходится на компактных подмножествах C при $E_q(z, z_k) \in H_\rho^p(C)$.

Установим, что $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{|z_k|^{q+1}} < +\infty$ при $q > \rho - 1$. Его сходимость эквивалентна сходимости $\int_{1}^{+\infty} \frac{n(t)}{t^{q+2}} dt$.

Пусть $1 < p < +\infty$. Согласно неравенству Гёльдера ясно, что для сходимости $\int_{1}^{+\infty} \frac{n(t)}{t^{q+2}} dt$ достаточно обеспечить сходимость $\int_{1}^{+\infty} \frac{dt}{t^{\left(q+2-\rho-\frac{1}{p}\right)p'}}$, где $p' = \frac{p}{p-1}$. Для выполнения условия $\rho - 1 < q < +\infty$ подберем $q \in N$ таким образом, чтобы выполнялось условие $\rho - 1 < q < \rho$.

Докажем, что при выбранных q произведение $E_q(z, z_k) \in H_\rho^p(C)$.

Согласно оценке произведения Вейерштрасса получаем:

$$\ln M(r, E_q) \le K_q \left(r^q \int_{1}^{r} t^{-q-1} n(t) dt + r^{q+1} \int_{r}^{+\infty} t^{-q-2} n(t) dt \right), \ |z| = r .$$

Поэтому

$$\int\limits_1^{+\infty}\frac{\left(\ln M\left(r,E_q\right)\right)^p}{r^{1+\rho p}}dr\le K_q^p\left(\int\limits_1^{+\infty}\frac{\left(\int\limits_0^r t^{-q-1}n(t)dt\right)^p}{r^{1+(\rho-q)p}}dr+\int\limits_1^{+\infty}\frac{\left(\int\limits_r^{+\infty} t^{-q-2}n(t)dt\right)^p}{r^{1+(\rho-q-1)p}}dr\right)=$$

$$=K_q^p\left(I_1+I_2\right).$$

Сходимость интегралов I_1, I_2 несложно показать с использованием методов, представленных автором в трудах [5; 6].

Тогда $E_q\left(z,z_k\right)\in H_\rho^p(C)$ (с нулями в точках последовательности $\left\{z_k\right\}_{k=1}^\infty$).

Пусть $0<p\le 1$. Построим функцию, для которой нулями являются точки последовательности $\left\{z_k\right\}_{k=1}^\infty$.

Применяя оценку для $E_q\left(z,z_k\right)$, получим:

$$\ln M\left(r,E_q\right)\le K_q\left(r^q\int\limits_1^r t^{-q-1}n(t)dt+r^{q+1}\int\limits_r^{+\infty}t^{-q-2}n(t)dt\right)$$

$$\int\limits_1^{+\infty}\frac{\left(\ln M\left(r,E_q\right)\right)^p}{r^{1+\rho p}}dr\le K_q^p\int\limits_1^{+\infty}\frac{\left(r^q\int\limits_1^r t^{-q-1}n(t)dt+r^{q+1}\int\limits_r^{+\infty}t^{-q-2}n(t)dt\right)^p}{r^{1+\rho p}}dr\le$$

$$\le K_q^p\left(\int\limits_1^{+\infty}\frac{\left(r^q\int\limits_1^r t^{-q-1}n(t)dt\right)^p}{r^{1+\rho p}}dr+\int\limits_1^{+\infty}\frac{\left(r^{q+1}\int\limits_r^{+\infty}t^{-q-2}n(t)dt\right)^p}{r^{1+\rho p}}dr\right)=K_q^p\left(I_1+I_2\right)$$

Сходимость I_1, I_2 доказывается с применением методов, изложенных в [5; 6].

Из сходимости интегралов I_1 и I_2 получаем, что $\int\limits_1^{+\infty}\frac{\left(\ln M\left(r,E_q\right)\right)^p}{r^{1+\rho p}}dr<+\infty$, при этом $\rho-1<q<\rho$, $\rho\notin N$, $0<p<+\infty$.

Теорема доказана.

Для целых ρ имеет место утверждение:

Теорема 2. Пусть $f\in H_\rho^p(C)$, $\rho\in N$. $Z=\left\{z_k\right\}_{k=1}^\infty$ — последовательность комплексных чисел, $\left|z_k\right|\le\left|z_{k+1}\right|$, $k=1,2,\ldots$, $\left|z_k\right|\to+\infty$, $k\to+\infty$. Тогда следующие условия равносильны:

1) $Z = \{z_k\}_{k=1}^{\infty}$ можно представить в виде $Z = Z_f$ для некоторой функции $f \in A_\rho^p(C)$;

2) $\delta_f(r) = \left| \sum\limits_{|z_k| \le r} \frac{1}{z_k{}^\rho} \right|$ удовлетворяет условиям:

$$\int\limits_1^{+\infty} \frac{(\delta_f(r))^p\, dr}{r} < +\infty, \qquad \int\limits_1^{+\infty} \frac{(n(r))^p\, dr}{r^{\rho p+1}} < +\infty,$$

где $n(r)$ — число нулей функции f в круге D_r, $0 < r < +\infty$.

При доказательстве данной теоремы используются методы из работ [3; 5]. Необходимость условий из пункта 2) несложно показать с применением неравенства Иенсена.

Доказательство теоремы А.

Покажем, что из пункта 1) следует 2). Предположим, что $f \in H_\rho^p(C)$, $\{z_k\}_{k=1}^{+\infty}$ — множество корней f. Получаем, что по теореме 1: $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \frac{n^p(2^k)}{2^{k\rho p}} < +\infty$. Из нее же следует сходимость произведения $E_q(z, z_k) = \prod\limits_{k=1}^{+\infty} \left(1 - \frac{z}{z_k}\right) \exp\left(\sum\limits_{j=1}^{q} \frac{1}{j}\left(\frac{z}{z_k}\right)^j\right)$ при $\rho - 1 < q < \rho$ и его принадлежность классу $H_\rho^p(C)$.

Тогда $g(z) = \frac{f(z)}{E_q(z, z_k)}$, $z \in C$, принадлежит $H(C)$, при этом $g(z) \ne 0$, $z \in C$.

Покажем, что $g(z) = \exp(h(z))$. Причем $h(z)$ — полином степени m, $m < \rho$. Докажем, что $g \in H_\rho^p(C)$.

Согласно равенству $\ln|g(z)| = \ln|f(z)| - \ln|E_q(z, z_k)|$:

$$\frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\pi}^{\pi} \ln^+ \left|g(re^{i\varphi})\right| d\varphi \le \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\pi}^{\pi} \ln^+ \left|f(re^{i\varphi})\right| d\varphi + \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\pi}^{\pi} \ln^- \left|E_q(re^{i\varphi}, z_k)\right| d\varphi,$$ где

$\ln^-|a| = \max(0, -\ln|a|)$, $a \in C$.

С учетом равенства

$$\frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\pi}^{\pi} \ln\left|E_q(re^{i\varphi}, z_k)\right| d\varphi = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\pi}^{\pi} \ln^+ \left|E_q(re^{i\varphi}, z_k)\right| d\varphi - \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\pi}^{\pi} \ln^- \left|E_q(re^{i\varphi}, z_k)\right| d\varphi$$

воспользуемся равенством Иенсена.

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\ln^{-}\left|E_q\left(re^{i\varphi},z_k\right)\right|d\varphi+\int_0^r\frac{n(t)}{t}dt\le\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\ln^{+}\left|E_q\left(re^{i\varphi},z_k\right)\right|d\varphi\le\ln M\left(r,E_q\right).$$

Из последних оценок вытекает:

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\ln^{+}\left|g\left(re^{i\varphi}\right)\right|d\varphi\le C\ln M(r,E_q)+\ln M(r,f).$$

Для произвольных $0<r<R$ получим:

$$\ln M(r,g)\le\frac{1}{2\pi}\cdot\frac{R+r}{R-r}\int_{-\pi}^{\pi}\ln^{+}\left|g\left(Re^{i\varphi}\right)\right|d\varphi.$$

Пусть $R=2r$, тогда согласно оценке

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\ln^{+}\left|g\left(re^{i\varphi}\right)\right|d\varphi\le C\ln M(r,E_q)+\ln M(r,f)$$

имеем

$$\int_1^{+\infty}\frac{\left(\ln M(r,g)\right)^p}{r^{p\rho+1}}dr\le C_1\left(\int_1^{+\infty}\frac{\left(\ln M(2r,E_q)\right)^p}{r^{p\rho+1}}dr+\int_1^{+\infty}\frac{\left(\ln M(2r,f)\right)^p}{r^{p\rho+1}}dr\right)=$$

$$=C_2\left(\int_1^{+\infty}\frac{\left(\ln M(r,E_q)\right)^p}{r^{p\rho+1}}dr+\int_1^{+\infty}\frac{\left(\ln M(r,f)\right)^p}{r^{p\rho+1}}dr\right)<+\infty.$$

Т. е. $g\in H_\rho^p\left(C\right)$, при этом $g\left(z\right)\ne 0$, $z\in C$.

Тогда $g(z)=\exp\left(h\left(z\right)\right)$, $h\left(z\right)$ — целая функция. Пусть $u(z)=\operatorname{Re}h\left(z\right)$, $z\in C$. Не ограничивая общности, примем $u(z)\ge 1$.

Из того, что функция g принадлежит классу $H_\rho^p\left(C\right)$, получаем

$$\int_1^{+\infty}\frac{\left(\ln\tilde{M}(r,u)\right)^p}{r^{p\rho+1}}dr<+\infty,$$

где $\tilde{M}(r,u)=\max\left(u,0\right)$.

По теореме о среднем и исходя из справедливости предыдущих рассуждений получим:

$$\int_1^{+\infty}\frac{\left(\ln M(r,u)\right)^p}{r^{p\rho+1}}dr<+\infty.$$

Из монотонности функции $\ln M(r,u)$ и сходимости последнего интеграла получим, что $\lim\limits_{R\to+\infty}\dfrac{M(R,u)}{R^{\rho p}}=0$.

Согласно формуле Шварца: $h\left(z\right)=\sum\limits_{k=0}^{m}a_kz^k$, где $k<\rho p$. Причем

$$\int_{1}^{+\infty} \frac{\left(\ln M(r,h)\right)^p}{r^{p\rho+1}} dr < +\infty .$$

Учитывая, что $M(r,h) \approx |h_m| r^m$, получаем: $m < \rho$.

Обратное утверждение очевидно.

Теорема А доказана.

Доказательство теоремы Б несложно провести с использованием теоремы 2.

Заключение

В работе построено факторизационное представление, а также получено описание корневых множеств функций класса $H_\rho^p(C)$ при нецелых неотрицательных значениях порядка ρ (теорема А) и $\rho \in N$ (теорема Б). Доказательство теорем проведено с использованием методов, приведенных в работах [2–6].

Литература

1. Valiron G. Sur les fonctions entieres d'ordre nul et d'ordre fini et en particulier des fonctions a correspondance reguliere // Ann. de la fac. sci. de l'univ. Toulouse, 1913. V. 5, ser. 3. P. 117–257.

2. Шамоян Ф. А. Параметрическое представление и описание корневых множеств весовых классов голоморфных в круге функций // Сибирский матем. журнал. 1999. Т. 40, № 6. С. 1422–1440.

3. Шамоян Ф. А., Шубабко Е. Н. Введение в теорию весовых Lp-классов мероморфных функций. Брянск, 2009. 152 с.

4. Охлупина О. В. Обобщение одной теоремы Валирона на случай субгармонических функций // Вестник Брянского государственного университета. Точные и естественные науки. 2012. № 4(2). С. 34–44.

5. Охлупина О. В. Потенциалы типа Грина и интегральные представления весовых классов субгармонических функций: дис. … канд. физ.-мат. наук: 01.01.01. Брянск, 2012. 118 с.

6. Охлупина О. В. Обобщение одной теоремы Валирона на случай целых функций // Вестник Брянского государственного университета. Педагогика. Психология. История. Право. Литературоведение. Языкознание. Экономика. Точные и естественные науки. 2015. № 3(26). С. 400–408.

ABOUT COMPLETE DESCRIPTION OF THE WEIGHT CLASS OF ENTIRE FUNCTIONS

Olga V. Okhlupina
Cand. Sci. (Phys. and Math.), A/Prof.,
Bryansk State University of Engineering and Technology
3 Stanke Dimitrova Prospect, Bryansk 241037, Russia
E-mail: helga131081@yandex.ru

Due to a number of well-known works by K. Weierstrass, J. Hadamard, E. Borel devoted to factorization of the classes of entire functions, the construction of factorization representations of different classes of functions continues to be relevant. Modern authors, such as M. M. Dzhrbashjan, W. Heyman, M. Tsuji, F. A. Shamoyan, N. A. Shirokov, B. N. Khabibullin, B. I. Korenblum, K. Seip, H. Hedenmalm successfully work in this field and publish their advances. The obtained factorization representations of special classes of functions are used for solution of the problems of operator theory and approximation theory. A complete description of various functional classes includes both factorization and characterization of root sets. The article is devoted to the construction of a representation of the class of entire functions of the complex variable with weight from *Lp*-spaces. We prove our assertions using the methods of complex and functional analysis.

Keywords: factorization representation; entire function; root sets; continued product; factor; order of entire function; complete description; plane of complex numbers; counting function; estimate.

References

1. Valiron G. Sur les fonctions entieres d'ordre nul et d'ordre fini et en particulier des fonctions a correspondance reguliere. *Ann. de la fac. sci. de l'univ.* Toulouse, 1913. Vol. 5, ser. 3. Pp. 117–257.

2. Shamoyan F. A. Parametricheskoe predstavlenie i opisanie kornevykh mnozhestv vesovykh klassov golomorfnykh v kruge funktsii [Parametric Representation and Description of the Root Sets of Weight classes of Holomorphic in the Circle Functions]. *Siberian Mathematical Journal.* 1999. Vol. 40. No 6. P. 1422–1440.

3. Shamoyan F. A., Shubabko E. N. *Vvedenie v teoriyu vesovykh Lp-klassov meromorfnykh funktsii* [Introduction to the Theory of Weighted Lp-Classes of Meromorphic Functions]. Bryansk, 2009. 152 p.

4. Okhlupina O. V. Obobshchenie odnoi teoremy Valirona na sluchai subgarmonicheskikh funktsii [Generalization of a Theorem of Valiron in the Case of Subharmonic Functions]. *Vestnik Bryanskogo gosudarstvennogo universiteta. Tochnye i estestvennye nauki.* Bryansk: Buryat State University Publ., 2012. No. 4(2). P. 34–44.

5. Okhlupina O. V. *Potentsialy tipa Grina i integralnye predstavleniya vesovykh klassov subgarmonicheskikh funktsii* [Green-Type Potentials and Integral Representations of Weight Classes of Subharmonic Functions]. Cand. phys. and math. sci. diss. Bryansk, 2012. 118 p.

6. Okhlupina O. V. Obobshchenie odnoi teoremy Valirona na sluchai tselykh funktsii [Generalization of a Theorem of Valiron for the Cases of Entire Functions]. *Vestnik Bryanskogo gosudarstvennogo universiteta: Pedagogika. Psikhologiya. Istoriya. Pravo. Literaturovedenie. Yazykoznanie. Ekonomika. Tochnye i estestvennye nauki.* Bryansk: Bryansk State University Publ., 2015. No 3(26). Pp. 400–408.