УПРАВЛЯЕМЫЕ СИСТЕМЫ И МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

Научная статья

УДК 517.977
DOI: 10.18101/2304-5728-2020-4-14-25

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

© Булдаев Александр Сергеевич
доктор физико-математических наук, профессор,
Бурятский государственный университет имени Доржи Банзарова
Россия, 670000, г. Улан-Удэ, ул. Смолина, 24а
buldaev@mail.ru

© Хишектуева Ишин-Хорло Дамбадоржиевна
кандидат физико-математических наук, старший преподаватель
Бурятский государственный университет имени Доржи Банзарова
Россия, 670000, г. Улан-Удэ, ул. Смолина, 24а
ishin@ulanovka.ru

© Анахин Владимир Дмитриевич
доктор технических наук, профессор,
Бурятский государственный университет имени Доржи Банзарова
Россия, 670000, г. Улан-Удэ, ул. Смолина, 24а
anakhin@mail.ru

© Дамбаев Жаргал Гомбоевич
доктор технических наук, профессор,
Бурятский государственный университет имени Доржи Банзарова
Россия, 670000, г. Улан-Удэ, ул. Смолина, 24а
g.dambaev@rambler.ru

Благодарности. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект 18-41-030005-р_а.

Аннотация. Для решения задачи идентификации динамических систем применяются теория и методы оптимального управления. Рассматривается новый подход к решению задачи, основывающийся на представлении условий улучшения управления в форме специальных задач о неподвижной точке операторов управления. Такое представление дает возможность применить и модифицировать теорию и методы неподвижных точек для построения релаксационных последовательностей управления в задачах оптимизации рассматриваемого класса. Предлагается алгоритм приближенного решения задачи идентификации на основе итерационных методов поиска неподвижных точек. Рассматриваемый алгоритм характеризуется свойствами нелокального улучшения управления и принципиальной возможностью строгого улучшения неоптимальных управлений, удовлетворяющих известным необходимым условиям оптимальности, в отличие от градиентных и других локальных методов. Эффективность предлагаемых методов оптимизации иллюстрируется на расчете модельной задачи.

Ключевые слова: параметрическая оптимизация; условия улучшения управления; задача о неподвижной точке; метод оптимизации.

Для цитирования
Булдаев А. С., Хишектуева И.-Х. Д., Анахин В. Д., Дамбаев Ж. Г. Об одном методе решения задачи идентификации динамических систем // Вестник Бурятского государственного университета. Математика, информатика. 2020. № 4. С. 14–25.

Введение

Известным подходом к решению задач параметрической идентификации динамических систем является сведение к задачам оптимизации параметров. Для решения возникающих задач, как правило, применяют методы конечномерной оптимизации неявно заданных целевых функций. Менее распространенным подходом является интерпретация задачи идентификации как задачи оптимального управления и применение аппарата теории и методов оптимального управления для поиска оптимальных параметров. При этом используют методы, основанные на реализации необходимых условий оптимальности управления [1] и локальные методы улучшения управления, в частности градиентные [2].

Предлагаемый в статье метод является модификацией развиваемых нелокальных методов улучшения и оптимизации управлений на основе решения конструируемых задач о неподвижной точке в пространстве управлений [3; 4] применительно к рассматриваемой задаче идентификации. Эти методы являются развитием нелокальных методов, которые были первоначально разработаны в классах линейных [5] и полиномиальных [6] по состоянию динамических систем и основывались на решении специальных задач Коши и краевых задач в пространстве состояний.

1 Задача идентификации

Задача идентификации динамических систем рассматривается в следующей постановке аналогично работам [1; 2].

Пусть измеряются выходные характеристики динамического объекта $y(t)=(y_1(t),...,y_s(t))$ на фиксированном интервале времени $T=[t_0,t_1]$. Относительно объекта известна дифференциальная система уравнений движения:

$$\dot{x}(t)=f(x(t),\omega,t)\,,\ x(t_0)=a\,,\ \omega\in W\,,\ a\in A\,, \qquad (1)$$

в которой $x(t)=(x_1(t),...,x_n(t))$ — вектор состояния, $\omega=(\omega_1,...,\omega_m)$ и $a=(a_1,...,a_n)$ — векторы параметров. Множества $W\subseteq R^l$, $A\subseteq R^n$ выпуклы и замкнуты.

Ставится задача определить вектор параметров $\sigma=(\omega,a)$ со значениями в множестве $\Omega=W\times A$, при котором заданная функция $\Phi(\sigma)$ от параметров, характеризующая меру близости решений системы (1) $x(t)=x(t,\sigma)$, $t\in T$ к функции $y(t)=(y_1(t),...,y_s(t))$, $t\in T$, принимала наименьшее значение:

$$\Phi(\sigma) = \int_T \tilde{F}(x(t), y(t))dt = \int_T F(x(t), t)dt \to \inf_{\sigma \in \Omega} . \qquad (2)$$

В качестве функции $\tilde{F}(x, y)$ в задачах идентификации часто рассматривается функция средневзвешенного отклонения с заданным вектором весовых коэффициентов $\lambda = (\lambda_1, ...\lambda_n) \in R^n$, $\lambda > 0$:

$$\tilde{F}(x, y) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i (x_i - y_i) .$$

Отметим актуальный для приложений случай, в котором задача идентификации (1), (2) находит важное применение.

При моделировании многих задач математической физики возникает проблема поиска их решений, обусловленная большой размерностью и сложностью моделируемых систем дифференциальных уравнений. Известным подходом к исследованию таких задач является упрощение модели, сводящееся к замене исходных дифференциальных уравнений более простыми уравнениями меньшей размерности. Задачу упрощения и понижения размерности системы дифференциальных уравнений можно сформулировать в следующей постановке аналогично работам [1; 2].

По известной выходной характеристике $y(t) = (y_1(t), ..., y_s(t))$ заданной системы дифференциальных уравнений:

$$\dot{y}(t) = \tilde{f}(y(t), t), \; y(t_0) = y^0$$

требуется определить параметры системы (1) при $n < s$, для которой заданная функция (2), характеризующая близость решений систем, принимает наименьшее значение.

Таким образом, задачу упрощения и понижения размерности дифференциальной системы можно рассматривать как частный случай задачи идентификации (1), (2).

2 Метод неподвижных точек

Задача (1), (2) рассматривается как задача оптимального управления при следующих предположениях.

Функции $f(x, \omega, t)$, $F(x, t)$ и их частные производные по переменным x и ω непрерывны по совокупности аргументов на соответствующих множествах $R^n \times W \times T$ и $R^n \times T$. Функция $f(x, \omega, t)$ удовлетворяет условию Липшица по x в $R^n \times W \times T$ с константой $L > 0$: $\| f(x, \omega, t) - f(y, \omega, t) \| \le L \| x - y \|$.

Условия гарантируют существование и единственность решения $x(t, \sigma)$, $t \in T$ системы (1) для любого допустимого управления $\sigma \in \Omega$.

Функция Понтрягина с сопряженной переменной $\psi \in R^n$ и стандартная сопряженная система в задаче (1), (2) принимают следующий вид:

$$H(\psi, x, \omega, t) = \langle \psi, f(x, \omega, t) \rangle - F(x, t) ,$$

$$\dot{\psi}(t) = -H_x(\psi(t), x(t), \omega, t) , \; t \in T , \; \psi(t_1) = 0 . \qquad (3)$$

Для допустимого управления $\sigma \in \Omega$ обозначим $\psi(t,\sigma)$, $t \in T$ – решение стандартной сопряженной системы (3) при $x(t) = x(t,\sigma)$ и аргументе ω, соответствующему вектору σ. Обозначим частное приращение произвольной вектор-функции $g(y_1,...,y_l)$ по переменным y_{s_1}, y_{s_2}:

$$\Delta_{y_{s_1}+\Delta y_{s_1}, y_{s_2}+\Delta y_{s_2}} g(y_1,...,y_l) =$$
$$= g(y_1,...,y_{s_1}+\Delta y_{s_1},...,y_{s_2}+\Delta y_{s_2},...,y_l) - g(y_1,...,y_l)$$

Рассмотрим задачу улучшения управления в следующей общей постановке:

для заданного управления $\sigma^I \in \Omega$ требуется найти управление $\sigma \in \Omega$ с условием $\Delta_\sigma \Phi(\sigma^I) = \Phi(\sigma) - \Phi(\sigma^I) \le 0$.

В соответствии с работой [4] определим модифицированную дифференциально-алгебраическую сопряженную систему в форме:

$$\dot{p}(t) = -H_x(p(t),x(t),\omega,t) - r(t), \; p(t_1) = 0, \tag{4}$$

$$\langle H_x(p(t),x(t),\omega,t) + r(t), y(t) - x(t) \rangle = \Delta_{y(t)} H(p(t),x(t),\omega,t), \tag{5}$$

в которой по определению полагаем $r(t) = 0$ в случае линейности функций F, f по x (линейная по состоянию задача (1), (2)), а также в случае $y(t) = x(t)$ при соответствующих $t \in T$.

В линейной по состоянию задаче (1), (2) модифицированная сопряженная система (4), (5) в силу определения совпадает со стандартной сопряженной системой (3).

В нелинейной по состоянию задаче (1), (2) алгебраическое уравнение (5) всегда можно разрешить относительно величины $r(t)$ (возможно, не единственным образом).

Для допустимых управлений $\sigma \in \Omega$, $\sigma^I \in \Omega$ обозначим $p(t,\sigma^I,\sigma)$, $t \in T$ — решение модифицированной сопряженной системы (4), (5) при $x(t) = x(t,\sigma^I)$, $y(t) = x(t,\sigma)$, $\omega = \omega^I$. Из определения следует очевидное равенство $p(t,\sigma,\sigma) = \psi(t,\sigma)$, $t \in T$.

Обозначим P_Y — оператор проектирования на множество $Y \subset R^k$ в евклидовой норме

$$P_Y(z) = \arg\min_{y \in Y}(\|y - z\|), \quad z \in R^k.$$

Из работы [4] следует, что для решения задачи улучшения заданного управления $\sigma^I \in \Omega$ достаточно решить следующую систему уравнений относительно $\sigma = (\omega, a)$ при заданном параметре $\alpha > 0$:

$$\omega = P_W(\omega^I + \alpha \int_T H_\omega(p(t,\sigma^I,\sigma), x(t,\sigma), \omega^I, t)dt + s^\omega), \tag{6}$$

$$\Delta_\omega \int_T H(p(t,\sigma^I,\sigma),x(t,\sigma),\omega^I,t)dt = \\ = \left\langle \int_T H_\omega(p(t,\sigma^I,\sigma),x(t,\sigma),\omega^I,t)dt + s^\omega, \omega-\omega^I \right\rangle, \quad (7)$$

$$a = P_A(a^I + \alpha p(t_0,\sigma^I,\sigma)), \quad (8)$$

в которой в уравнении (7) по определению полагается $s^\omega = 0$ в случае линейности функции f по ω (линейная по параметру ω задача (1), (2)), а также для $\omega = \omega^I$.

В нелинейной по параметру ω задаче (1), (2) уравнение (7) всегда можно разрешить относительно величины s^ω (возможно, не единственным образом).

Таким образом, систему (6)–(8) всегда можно свести (возможно, не единственным образом) к приведенной системе уравнений с однозначно определенной величиной s^ω.

Пусть система условий (6)–(8) имеет решение $\sigma^{II} = (\omega^{II}, a^{II})$ (возможно, не единственное). Тогда имеет место оценка улучшения целевой функции:

$$\Delta_{\sigma^{II}} \Phi(\sigma^I) \le -\frac{1}{\alpha}\left\|\omega^{II}-\omega^I\right\|^2 - \frac{1}{\alpha}\left\|a^{II}-a^I\right\|^2.$$

В частном случае задачи (1), (2), когда вектор начальных условий $a \in A$ не меняется и имеет заданное значение, задача улучшения управления сводится к системе уравнений (6), (7).

Структура полученных условий улучшения управления и используемая система обозначений решений фазовой и сопряженной систем в форме явной зависимости от управления позволяет интерпретировать систему уравнений (6)–(8) как задачу о неподвижной точке специального оператора управления. Это позволяет применить развитую теорию и методы неподвижных точек для эффективного поиска улучшающих управлений.

Выбирая однозначно определенные правила определения указанных выше величин $r(t)$ и s^ω, будем получать однозначно определенные операторы управления. Таким образом, возникают модификации предлагаемого метода неподвижных точек для улучшения управления с различными однозначно определенными операторами управления. Множества неподвижных точек возможных модификаций оператора управления позволяют существенно расширить потенциал улучшения заданного управления.

Данная особенность предлагаемого подхода неподвижных точек позволяет конструировать специальные вычислительные технологии улучшения управления, в которых на каждой итерации улучшения выбирается наилучшее по определенному правилу управление. Такие технологии улучшения управления могут эффективно реализовываться с помощью параллельных вычислений на многопроцессорных компьютерах.

Выделим другую важную особенность предлагаемого метода.

Решение $\sigma^{II} \in \Omega$ задачи о неподвижной точке, отличающееся от улучшаемого управления $\sigma^{I} \in \Omega$, обеспечивает строгое улучшение по целевой функции ввиду указанной ранее оценки улучшения. Это свойство позволяет методу неподвижных точек строго улучшать экстремальные неоптимальные управления $\sigma^{I} \in \Omega$, удовлетворяющие дифференциальному принципу максимума [1] в задаче (1), (2), в случае существования неподвижных точек, отличающихся от $\sigma^{I} \in \Omega$.

Метод решения задачи идентификации состоит в последовательном решении конструируемых задач о неподвижной точке для улучшения управления.

3 Итерационный алгоритм решения

Для численного решения задачи о неподвижной точке (6)–(8) для улучшения заданного управления σ^{I} выбирается следующий итерационный процесс при $k \geq 0$:

$$\omega^{k+1} = P_W(\omega^I + \alpha \int_T H_\omega(p(t,\sigma^I,\sigma^k), x(t,\sigma^k), \omega^I, t)dt + s^\omega),$$

$$\Delta_{\omega^k} \int_T H(p(t,\sigma^I,\sigma^k), x(t,\sigma^k), \omega^I, t)dt =$$

$$= \left\langle \int_T H_\omega(p(t,\sigma^I,\sigma^k), x(t,\sigma^k), \omega^I, t)dt + s^\omega, \omega^k - \omega^I \right\rangle,$$

$$a^{k+1} = P_A(a^I + \alpha p(t_0,\sigma^I,\sigma^k)).$$

Задается начальное приближение итерационного процесса $\sigma^0 \in \Omega$ при $k = 0$.

Расчет задачи о неподвижной точке (6)–(8) осуществляется до первого улучшения исходного управления σ^I. Далее строится новая задача улучшения для полученного управления σ^{II}, и расчет повторяется. Итерации улучшения управления продолжаются до тех пор, пока не выполнится условие

$$\left|\Phi(\sigma^{II}) - \Phi(\sigma^I)\right| \leq \varepsilon \left|\Phi(\sigma^I)\right|,$$

где $\varepsilon > 0$ — заданная точность расчета.

Анализ принципиальной сходимости рассматриваемого итерационного процесса к решению задачи о неподвижной точке при достаточно малых параметрах проектирования $\alpha > 0$ проводится аналогично работам [4; 6] на основе известного принципа сжимающих отображений, применяемого в работе [7].

Предлагаемый метод неподвижных точек характеризуется тем, что улучшающие управления определяются решениями соответствующих задач о неподвижной точке при любом значении параметра проектирования $\alpha > 0$. В частности, при достаточно малых $\alpha > 0$, обеспечивающих принципиальную сходимость конструируемого итерационного процесса последовательных приближений к решению задачи о неподвижной точке.

В целом, оптимизация управлений на основе расчета конструируемых задач о неподвижной точке предлагаемым итерационным методом последовательных приближений сводится к чередующемуся решению задач Коши для фазовых и сопряженных переменных.

Эффективность предлагаемого алгоритма решения задачи идентификации иллюстрируется на расчете модельной задачи упрощения и понижения размерности дифференциальной системы уравнений.

4 Модельная задача «Кинетика ядерного реактора»

Рассматривается задача понижения размерности системы дифференциальных уравнений, описывающей кинетику ядерного реактора [1]:

$$\begin{gathered}\dot{y}_1 = 641{,}02y_1 + 21{,}02y_2 + 141{,}03y_3 + 120{,}192y_4 + \\ +253{,}844y_5 + 74{,}358y_6 + 27{,}051y_7 + 200, \qquad (9)\\ \dot{y}_2 = 0{,}0123\left(y_1 - y_2\right),\ \dot{y}_3 = 0{,}03\left(y_1 - y_3\right),\ \dot{y}_4 = 0{,}112\left(y_1 - y_4\right),\\ \dot{y}_5 = 0{,}301\left(y_1 - y_5\right),\ \dot{y}_6 = 1{,}149\left(y_1 - y_6\right),\ \dot{y}_7 = 3{,}012\left(y_1 - y_7\right),\\ y_1(0) = \ldots = y_7(0) = 0{,}25, \quad T = [0,8].\end{gathered}$$

Идентифицируемая упрощенная система имеет вид:

$$\begin{gathered}\dot{x}_1 = w_1x_1 + w_2x_2 + w_3, \quad \dot{x}_2 = w_4x_1 + w_5x_2,\\ x_1(0) = v_1, \quad x_2(0) = v_2, \quad T = [0,8].\end{gathered} \qquad (10)$$

В качестве минимизируемой целевой функции, характеризующей близость решений, рассматривается среднеквадратическая ошибка:

$$I(w,v) = \int_0^8 \sum_{i=1}^{2}\left(x_i(t) - y_i(t)\right)^2 dt,\ w = \left(w_1,\ldots,w_5\right),\ v = \left(v_1,v_2\right). \qquad (11)$$

Задача состоит в определении таких значений вектора параметров $\left(\hat{w},\hat{v}\right)$, при которых целевая функция (11) принимает наименьшее значение.

В источнике [8] были получены следующие расчетные оптимальные значения параметров и целевой функции:

$$\begin{gathered}w_1^* = -0{,}1206;\ w_2^* = 0{,}0692;\ w_3^* = 0{,}1296;\ w_4^* = -0{,}0065;\ w_5^* = 0{,}0294;\\ v_1^* = 0{,}5809;\ v_2^* = 0{,}2610;\ I(w^*,v^*) = 0{,}0244.\end{gathered} \qquad (12)$$

Качественный и численный анализ системы (9) показал, что система является вычислительно неустойчивой ввиду существования собственного числа, соответствующего переменной x_1, которое имеет достаточно большую положительную вещественную часть. При численных расчетах этой системы обнаружилось расхождение между решением исходной системы (9) и идентифицируемой системы (10) с расчетными значениями параметров (12). Поэтому была поставлена и решена вспомогательная задача идентификации параметров системы (10):

$$\begin{gathered}\dot{y}_1 = u_1 y_1 + u_2 y_2 + u_3 y_3 + u_4 y_4 + u_5 y_5 + u_6 y_6 + u_7 y_7 + u_8, \\ \dot{y}_2 = 0{,}0123(y_1 - y_2),\ \dot{y}_3 = 0{,}03(y_1 - y_3),\ \dot{y}_4 = 0{,}112(y_1 - y_4), \\ \dot{y}_5 = 0{,}301(y_1 - y_5),\ \dot{y}_6 = 1{,}149(y_1 - y_6),\ \dot{y}_7 = 3{,}012(y_1 - y_7), \\ y_1(0) = \ldots = y_7(0) = 0{,}25, \quad T = [0{,}8]. \end{gathered} \tag{13}$$

$$\tilde{\Phi}(u) = \int_0^8 \sum_{i=1}^{7} \left(y_i(t) - z_i(t) \right)^2 dt \to \min_u, \quad u = (u_1, \ldots, u_8),$$

где $z(t)$ — приближенное решение, построенное следующим образом. Первые две компоненты вычисляются по модели (10) с расчетными оптимальными значениями параметров (12). Остальные компоненты восстанавливаются по уравнениям исходной модели (9) для переменных $y_3, \ldots, y_7$.

Таким образом, $z(t)$ является решением системы:

$$\begin{gathered}\dot{z}_1 = -0{,}1206 z_1 + 0{,}0692 z_2 + 0{,}1296,\ \dot{z}_2 = -0{,}0065 z_1 + 0{,}0294 z_2, \\ \dot{z}_3 = 0{,}03(z_1 - z_3),\ \dot{z}_4 = 0{,}112(z_1 - z_4),\ \dot{z}_5 = 0{,}301(z_1 - z_5), \\ \dot{z}_6 = 1{,}149(z_1 - z_6),\ \dot{z}_7 = 3{,}012(z_1 - z_7), \quad T = [0{,}8], \\ z_1(0) = 0{,}5809,\ z_2(0) = 0{,}2610,\ z_3(0) = \ldots = z_7(0) = 0{,}25. \end{gathered}$$

Для численного решения задачи идентификации (13) использовался описанный ранее метод неподвижных точек. Таким образом, были найдены следующие расчетные оптимальные значения управляющих параметров задачи (13):

$$\begin{gathered}\hat{u}_1 = -87{,}9013;\ \hat{u}_2 = 8{,}0383;\ \hat{u}_3 = 13{,}0397;\ \hat{u}_4 = 34{,}0451;\ \hat{u}_5 = 22{,}0533; \\ \hat{u}_6 = 27{,}0638;\ \hat{u}_7 = -14{,}9313;\ \hat{u}_8 = 30{,}1494; \quad \Phi(\hat{u}) = 0{,}00146. \end{gathered} \tag{14}$$

В результате в качестве «понижаемой системы» рассматривалась система (13) со значениями коэффициентов (14).

В качестве идентифицируемой системы — следующая модель:

$$\begin{gathered}\dot{x}_1 = w_1 x_1 + w_2 x_2 + w_3, \qquad \dot{x}_2 = w_4 x_1 + w_5 x_2, \\ x_1(0) = 0{,}5809,\ x_2(0) = 0{,}2610,\ T = [0{,}8]. \end{gathered} \tag{15}$$

Минимизируемая целевая функция имеет вид:

$$\Phi(w) = \int_0^8 \sum_{i=1}^{2} \left(x_i(t) - y_i(t) \right)^2 dt,\ w = (w_1, \ldots, w_5).$$

Методом неподвижных точек были получены следующие расчетные значения параметров и целевой функции:

$$\begin{gathered}\hat{w}_1 = -0{,}1102;\ \hat{w}_2 = 0{,}0414;\ \hat{w}_3 = 0{,}1292; \\ \hat{w}_4 = 0{,}0371;\ \hat{w}_5 = -0{,}0904; \quad \Phi(\hat{w}) = 0{,}0009. \end{gathered}$$

На рис. 1 представлены графики траекторий переменных y_1, y_2 численного решения понижаемой системы и траекторий переменных x_1, x_2 численного решения идентифицируемой системы (15):

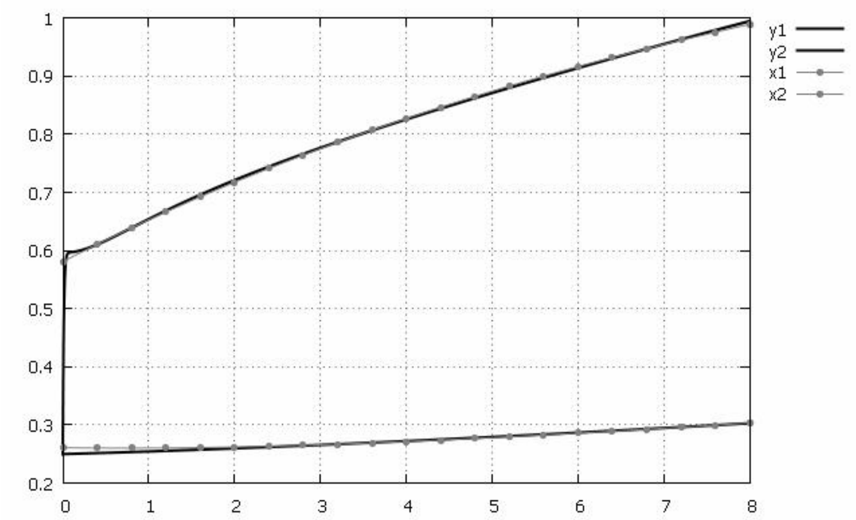

Рис. 1. $y(t)$ — решение «понижаемой» системы,
$x(t)$ — полученное решение

Сравнительный анализ достигнутых расчетных значений целевой функции с известными данными о минимальной среднеквадратичной ошибке, полученными градиентными методами в [1], показал значительно лучшую эффективность метода неподвижных точек.

Предлагаемый метод неподвижных точек продемонстрировал в рамках расчета модельной задачи достаточно широкую область сходимости итерационного алгоритма по начальному приближению, удобство и простоту экспериментальной настройки скалярного проекционного параметра для регулирования качества и скорости сходимости итерационного процесса.

Заключение

Построенный метод неподвижных точек для улучшения управления в рассматриваемом классе нелинейных задач идентификации характеризуется свойством нелокальности, обусловленной фиксированностью параметра проектирования и отсутствием процедуры варьирования улучшающего управления в достаточно малой окрестности улучшаемого управления, характерной для градиентных методов. Предлагаемый метод обладает потенциальной возможностью строгого улучшения неоптимальных экстремальных управлений, удовлетворяющих дифференциальному принципу максимума. Такая возможность появляется в случае неединственности решения задачи о неподвижной точке. Градиентные методы такой возможностью не обладают.

Одно из основных отличий разработанного проекционного метода неподвижных точек от стандартного метода проекции градиента состоит в том, что параметр проектирования $\alpha > 0$ фиксируется в итерационном процессе последовательных приближений. В методе проекции градиента этот параметр варьируется на каждой итерации приближений для обеспечения улучшения управления.

Указанные свойства предлагаемого метода неподвижных точек являются важными факторами повышения вычислительной и качественной эффективности решения задач идентификации нелинейных динамических систем и определяют перспективное направление развития методов идентификации.

Литература

1. Габасов Р., Кириллова Ф. М. Качественная теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1971. 508 с.

2. Ащепков Л. Т., Новосельский А. В., Тятюшкин А. И. Идентификация динамических систем как задача управления параметрами // Автоматика и телемеханика. 1975. № 3. С. 178–182.

3. Булдаев А. С. Хишектуева И.-Х. Д. Метод неподвижных точек в задачах параметрической оптимизации систем // Автоматика и телемеханика. 2013. № 12. С. 5–15.

4. Булдаев А. С. Методы неподвижных точек на основе операций проектирования в задачах оптимизации управляющих функций и параметров динамических систем // Вестник Бурятского государственного университета. Математика, информатика. 2017. № 1. С. 38–54.

5. Срочко В. А. Итерационные методы решения задач оптимального управления. М.: Физматлит, 2000. 160 с.

6. Булдаев А. С. Методы возмущений в задачах улучшения и оптимизации управляемых систем. Улан-Удэ: Изд-во Бурят. гос. ун-та, 2008. 260 с.

7. Самарский А. А., Гулин А. В. Численные методы. М.: Наука, 1989. 432 с.

ON ONE METHOD FOR SOLVING THE PROBLEM OF IDENTIFYING DYNAMIC SYSTEMS

Aleksandr S. Buldaev
Dr. Sci. (Phys. and Math.), Prof.,
Dorzhi Banzarov Buryat State University
24a Smolina St., Ulan-Ude 670000, Russia
buldaev@mail.ru

Ishin-Khorlo D. Khishektueva
Cand. Sci. (Phys. and Math.), Senior Lecturer,
Dorzhi Banzarov Buryat State University
24a Smolina St., Ulan-Ude 670000, Russia
ishin@ulanovka.ru

Vladimir D. Anakhin
Dr. Sci. (Engineering), Prof.,
Dorzhi Banzarov Buryat State University,
24a Smolina St., Ulan-Ude 670000, Russia
anakhin@mail.ru

Zhargal G. Dambaev
Dr. Sci. (Engineering), Prof.,
Dorzhi Banzarov Buryat State University
24a Smolina St., Ulan-Ude 670000, Russia
g.dambaev@rambler.ru

Abstract. To solve the problem of identifying dynamic systems, the theory and methods of optimal control are applied. The article deals with a new approach to solving the problem based on representing the conditions for improving control in the form of special problems on a fixed point of control operators. This representation makes it possible to apply and modify the theory and methods of fixed points for constructing relaxation control sequences in the optimization problems of the class under consideration. We have proposed an algorithm for the approximate solution of the identification problem based on iterative methods for finding fixed points. The considered algorithm is characterized by the properties of control non-local improvement and the fundamental possibility of strictly improving non-optimal controls that satisfy the known necessary optimality conditions, in contrast to gradient and other local methods. The effectiveness of the proposed optimization methods has been illustrated by calculating a model problem.

Keywords: parametric optimization; control improvement conditions; the fixed point problem; optimization method.

References

1. Gabasov S. S., Kirillova F.M. *Kachestvennaya teoriya optimalnykh protsessov* [Qualitative Theory of Optimal Processes]. Moscow: Nauka Publ., 1971. 508 p.

2. Ashchepkov L. T. Novoselsky A. V., Tyatyushkin A. I. Identifikatsiya dinamicheskikh sistem kak zadacha upravleniya parametrami [Identification of Dynamic Systems as a Control Problem of Parameters]. *Automation and Remote Control.* 1975. Vol. 36, no. 3. Pp. 178–182.

3. Buldaev A. S., Khishektueva I.-Kh. D. Metod nepodvizhnykh tochek v zadachakh parametricheskoi optimizatsii sistem [Fixed Point Method in Parametric Optimization Problems for Systems]. *Automation and Remote Control.* 2013. Vol. 74, no. 12. Pp. 1927–1934.

4. Buldaev A. S. Metody nepodvizhnykh tochek na osnove operatsii proektirovaniya v zadachakh optimizatsii upravlyayushchikh funktsii i parametrov dinamicheskikh system [Fixed-Point Methods Based on Projection in Optimization Problems of Control Functions and Parameters of Dynamic Systems]. *Vestnik Buryatskogo gosuniversiteta. Matematika, informatika.* 2017. No. 1. Pp. 38–54. DOI:10.18101/2304-5728-2017-1-38-54.

5. Srochko V. A. *Iteratsionnye metody resheniya zadach optimalnogo upravleniya* [Iterative Methods for Solving Optimal Control Problems]. Moscow: Fizmatlit Publ., 2000. 160 p.

6. Buldaev A. S. *Metody vozmushchenii v zadachakh uluchsheniya i optimizatsii upravlyaemykh system* [Perturbation Methods in Problems of Improving and Optimizing Controlled Systems]. Ulan-Ude: Buryat State Univ. Publ., 2008. 260 p.

7. Samarsky A. A., Gulin A. V. *Chislennye metody* [Numerical Methods]. Moscow: Nauka Publ., 1989. 432 p.

Статья поступила в редакцию 25.11.2020; одобрена после рецензирования 07.12.2020; принята к публикации 11.12.2020.