ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Научная статья

УДК 517.9
doi: 10.18101/2304-5728-2021-1-24-33

О ЕДИНСТВЕННОСТИ ОБОБЩЕННЫХ РЕШЕНИЙ СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

© Бердимуратов Амангельди Мухтарович
кандидат физико-математических наук, доцент,
Лысьвенский филиал,
Пермский национальный
исследовательский политехнический университет
Россия, 618902, г. Лысьва, ул. Ленина, 2
aman2460@mail.ru

Аннотация. В работе изучается проблема единственности продолжения обобщенных решений систем дифференциальных уравнений в частных производных с постоянными коэффициентами. Проблемой продолжения единственности решений таких систем занимались E. Holmgren, И. М. Гельфанд, Г. Е. Шилов, В. П. Паламодов и другие математики. В книге И. М. Гельфанда и Г. Е. Шилова отражена проблема единственности задачи Коши для эволюционного типа с постоянными коэффициентами. В. П. Паламодов исследовал проблему единственности, а также установил более точные теоремы о возможности продолжения обобщенных решений, заданных в окрестности границы области в наиболее важных ситуациях. Задачи единственности, аналогичной задаче Гурса, исследовал А. М. Бердимуратов.

В статье изучается следующая задача: при каких условиях всякое обобщенное решение бесконечного порядка системы уравнений в частных производных с постоянными коэффициентами, определенное в окрестности трех соседних граней параллелепипеда, может быть единственным образом продолжено в некоторую его окрестность.

Ключевые слова: алгебраическое многообразие; финитная функция; алгебраический конус; несобственная точка; оператор Паламодова — Нетер; целая аналитическая функция; преобразование Фурье; пространство Жеврея.

Благодарности
Работа выполнена при финансовой поддержке ЛФ ПНИПУ. Автор выражает благодарность руководству вуза — Кочневу Виктору Анатольевичу.

Для цитирования
Бердимуратов А. М. О единственности обобщенных решений систем дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами // Вестник Бурятского государственного университета. Математика, информатика. 2021. № 1. С. 24–33.

Введение

Произвольный линейный дифференциальный оператор с постоянными коэффициентами в $\mathbb{R}^n$ будем записывать в виде

$$P(D)=\sum_{|j|\le m} p_j D^j, p_j \in C,$$

где $D^j = i^{|j|}\dfrac{\partial^{|j|}}{\partial_{\xi_1}^{j_1}\ldots\partial_{\xi_n}^{j_n}}$, $j=(j_1,\ldots,j_n)$, $|j| = j_1+\ldots+j_n$, $i=\sqrt{-1}$,

а $\xi=(\xi_1,\ldots,\xi_n)$ — некоторая фиксированная система координат в $\mathbb{R}^n$.

Пусть $z=(z_1,\ldots,z_n)$ — точка *n*-мерного комплексного пространства C^n.

Многочлен $p(z)=\sum p_j z^j, z^j = z_1^{j_1}\ldots z_n^{j_n}$ называется характеристическим по отношению к оператору $P(D)$. Алгебраическое многообразие в $N \subset C^n$, образованное корнями многочлена $p(z)$, также называется характеристическим.

Рассмотрим произвольную однородную систему линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

$$\begin{gathered} P_{11}(D)u_1+\ldots+P_{1s}(D)u_s=0,\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ P_{t1}(D)u_1+\ldots+P_{ts}(D)u_s=0, \end{gathered} \tag{1}$$

где $P_{ij}(D), i=\overline{1,t},\ j=\overline{1,s}$ — произвольные линейные дифференциальные операторы с постоянными коэффициентами, а числа *t* и *s* — произвольны.

Такую систему мы будем записывать в матричной форме:

$$P(D)u=0, \tag{2}$$

где $u=(u_1,\ldots,u_s)$ — неизвестная вектор-функция.

Рассмотрим Жевреевские пространства финитных функций и сопряженные пространства. Для любого $B>0$ и $\beta>1$ через $\mathcal{D}_F^{\beta,B}$ обозначим пространство бесконечно дифференцируемых функций в R^n с носителями, принадлежащими компакту F, и конечной нормой вида:

$$\|\varphi\|^{\beta,B} = \sup_j \frac{\max\left|D^j\varphi(\xi)\right|}{B^{|j|}|j|^{|j|\beta}}.$$

Пусть $\left(\mathcal{D}_F^{\beta,B}\right)'$ — сопряженное пространство, норму в этом пространстве мы будем обозначать через $\|\cdot\|_F^{\beta.B}$.

Рассмотрим класс основных функций $D_F^{\beta} = \bigcap_{B>0} D_F^{\beta,B}$.

Введем в нем счетное число норм

$$\|\cdot\|_F^{\beta.B}, \mathrm{B} = \frac{1}{\mathrm{k}}, \quad \mathrm{k} = 1, 2, \ldots$$

Обозначим через $\mathcal{U}_{\mathrm{F}}^{\beta}$ пространство линейных непрерывных функционалов над пространством $\mathcal{D}_{\mathrm{F}}^{\beta}$.

По свойству линейного непрерывного функционала каждый элемент $\mathcal{U}_{\mathrm{F}}^{\beta}$ непрерывен по некоторой форме $\|\cdot\|^{\beta.B}$.

<u>Определение 1</u>. В [1] характеристическим множеством системы (1) и оператора $\mathrm{P}(\mathrm{D})$ называется алгебраическое многообразие

$$\mathrm{N} = \left\{ \mathrm{z} \in \mathrm{C}^{\mathrm{n}}; \mathrm{rang}\, \mathrm{p}(\mathrm{z}) < s \right\},$$

где $\mathrm{p}(\mathrm{z})$ — матрица, полученная заменой операторов $\mathrm{P}_{\mathrm{ij}}(\mathrm{D})$ многочленами $\mathrm{p}_{\mathrm{ij}}(\mathrm{z})$.

Пусть N — некоторое алгебраическое многообразие. Пространство C^{n} вложим в $\mathrm{C}^{\mathrm{n}+1}$ с помощью отображения $\mathrm{z} \to (1, \mathrm{z})$. Пусть $\mathrm{H}(\mathrm{N})$ — совокупность всех однородных многочленов в $\mathrm{C}^{\mathrm{n}+1}$, отображающихся в нуль на N.

<u>Определение 2</u>. Любая точка вида $(0, \mathrm{z})$, $\mathrm{z} \in \mathrm{C}^{\mathrm{n}}$, в которой обращаются в нуль все многочлены из $\mathrm{H}(\mathrm{N})$, называется несобственной точкой многообразия N.

Пусть N — характеристическое множество системы (1). Множество прямых в C^{n}, отвечающих несобственным точкам алгебраического многообразия N, обозначим через N'.

Множество N' есть алгебраический конус. В случае $\mathrm{s} = \mathrm{t} = 1$ система (1) сводится к уравнению. В этом случае N' есть множество корней многочлена $\mathrm{p}_{\mathrm{m}}(\mathrm{z})$.

Находятся достаточные условия для единственности продолжения обобщенных решений системы (1), определенных в окрестности объединения граней $\bigcup_{\mathrm{k}=1}^{3} \pi_{\mathrm{k}}$ в окрестность параллелепипеда π в специальном классе обобщенных функций бесконечного порядка. Обозначим через N характеристическое множество оператора $\mathrm{P}(\mathrm{D})$, а через N' — конус, образованный комплексными прямыми, отвечающими несобственным точкам алгебраического многообразия N.

Постановка задачи

В этой статье изучается следующая задача: при каких условиях всякое обобщенное решение бесконечного порядка системы уравнений в частных производных с постоянными коэффициентами, определенное в окрестности трех соседних граней параллелепипеда в $\mathbb{R}^n$, может быть единственным образом продолжено в некоторую его окрестность. Эта задача является аналогом классической задачи Дарбу — Гурса — Бодо для обобщенных решений: вместо значений решения и его производных на гранях (которые, вообще говоря, не определены, если плоскости этих граней характеристические) решение задается сразу в некоторой его окрестности.

Важные теоремы

Теорема 1. $N' \subset \bigcup_{k=1}^{3}\{ z \in C^n; z_k = 0\}$,тогда $\forall\ \beta > 1$ и для любой окрестности L компакта $\bigcup\limits_{k=1}^{3}\pi_k$ существует окрестность L' компакта π , такая, что всякая обобщенная функция $u \in \left[\mathcal{U}_{L'}^{\beta}\right]^s$, являющаяся решением системы (1) на L' и равная нулю на L , будет равна нулю на L' .

Доказательство. Пусть u — произвольное решение системы (1), принадлежащее пространству $\left[\mathcal{U}_{\pi^{\alpha}}^{\beta}\right]^s$ при некотором α , $u|_{\left(\bigcup\limits_{k=1}^{3}\pi_k\right)^{\alpha}} = 0$.

Введем функционал $\mu = \sum\limits_{\lambda=0}^{1} d^{\lambda *}(z, D_z)\mu^{\lambda}$, тогда в силу теоремы ([1], гл. VI, §4, теор. 2) $\left(\overline{u,\varphi}\right) = \left(\mu, \tilde{\varphi}^*\right)$, $\forall\varphi \in \left[\mathcal{D}_{\pi^{\alpha-1}}^{\beta}\right]^s$.

Обозначим для любого число $D > 0$ и целого $m > 0$ через $S_{m,F}^{\beta,D}$ пространство бесконечно дифференцируемых функций ψ в C^n , для которых $\left|D^j\psi(x,y)\right| \le c\mathcal{J}_F(y)\exp\left(-D|z|^{\frac{1}{\beta}}\right)$ при любом j, $|j| \le m$.

Рассмотрим пространство $S_F^{\beta,D} = \bigcap\limits_{m>0} S_{m,F}^{\beta,D}$.

В пространстве $S_F^{\beta,D}$ введем систему норм

$$\left\|\psi(x,y)_{m,F}^{\beta,D}\right\| = \max_{|j| \le m}\ \sup_{z} \frac{\left|D^j\psi\right|\exp\left(D|z|^{\frac{1}{\beta}}\right)}{\mathcal{J}_F(y)}\quad, m=0,1,2,\dots$$

Через $\left(S_F^{\beta,D}\right)'$ обозначим пространство непрерывных линейных функционалов на $S_F^{\beta,D}$, а через $\left(S_F^{\beta,D}\right)'_P$ обозначим множество функционалов $f \in \left[\left(S_F^{\beta,D}\right)'\right]^s$, для которых $\left(f, P'\psi\right) = 0$ при любом $\psi \in \left[S_F^{\beta,D+\varepsilon}\right]^t$, где $\varepsilon > 0$. Норму для элементов пространства $\left[\left(S_F^{\beta,D}\right)'\right]^s$, сопряженную с нормой $\|\cdot\|_{m,F}^{\beta,D}$ в пространстве $\left[S_F^{\beta,D}\right]^s$, обозначим через $\||\cdot\||_{m,F}^{\beta,D}$.

Символом * будем обозначать операцию инволюции, определенную для функций, заданных в C^n, которые сопоставляют функции $\varphi(z)$ функцию $\varphi^*(z) \equiv \overline{\varphi(\overline{z})}$.

Покажем, что функционал $\mu \in \left(S_{\pi^{\alpha-1}}^{\beta}\right)'_P$.

Так как $d^\lambda\left(z, D_z\right)$, $\lambda = \overline{0,1}$ в [1] (гл. 4, §4, п. 1 нормальные операторы Паламодова — Нетер) — матричные дифференциальные операторы с полиномиальными коэффициентами, то, обозначая наивысший порядок производной в $d^\lambda\left(z, D_z\right)$, $\lambda = \overline{0,1}$ через m_1

$\forall \psi \in \left[S_F^{\beta,D+\varepsilon}\right]^s$, мы получим оценку

$$\left\|d^\lambda\left(z, D_z\right)\psi\right\|_{0,F}^{\beta,D} \le c_{(\lambda)}\|\psi\|_{m_{1,F}}^{\beta,D+\varepsilon}, \ \lambda = \overline{0,1}.$$

В силу этой оценки $\forall \psi \in \left[S_{\pi^{\alpha-1}}^{\beta,D+\varepsilon}\right]^s$ имеем

$\left|\left(\mu, \psi\right)\right| \le$

$\sum_{\lambda=0}^{1}\left|\left(d^{\lambda*}\left(z, D_z\right)\mu^\lambda, \psi\right)\right| =$

$\sum_{\lambda=0}^{1}\left|\left(\mu^\lambda, d^\lambda\left(z, D_z\right)\psi\right)\right| \le \sum_{\lambda=0}^{1}\left\|\left|\mu^\lambda\right|\right\|_{0,\pi^{\alpha-1}}^{\beta,D+\varepsilon}\left\|d^\lambda\left(z, D_z\right)\psi\right\|_{0,\pi^{\alpha-1}}^{\beta,D} \le$

$c_2\|u\|_{\pi^\alpha}^{\beta,B}\sum_{\lambda=0}^{1}c_{(\lambda)}\|\psi\|_{m_1,\pi^{\alpha-1}}^{\beta,D+\varepsilon} \le c_3\|u\|_{\pi^\alpha}^{\beta,B}\|\psi\|_{m_1,\pi^{\alpha-1}}^{\beta,D+\varepsilon}$

Отсюда следует, что $\left|\mu^\lambda\right|_{0,\pi^{\alpha-1}}^{\beta,D+\varepsilon} \le c_3 u_{\pi^\alpha}^{\beta,B}$.

Из работы в [1] (гл. 4, §4, п. 1) следует, что

$\forall \psi\left(x, y\right) \le \left[C^\infty\left(C^n\right)\right]^t$ и при любом $\lambda = \overline{0,1}$ выполняется равенство

$$d^\lambda\left(z, D_z\right)p'\psi\,|_{N^\lambda} = 0. \tag{3}$$

Здесь D_z — вектор с компонентами $\frac{\partial}{\partial z_1},\ldots,\frac{\partial}{\partial z_n}$,

p' — матрица, транспонированная с матрицей p.

В силу (3) $\forall\psi\in\left[S^{\beta,D+2\varepsilon}_{\pi^{\alpha-1}}\right]^t$ имеем

$$\left(\mu,p'\psi\right)=\sum_{\lambda=0}^{l}\left(\mu^{\lambda},d^{\lambda}\left(z,D_z\right)p'\psi\right)=0\,.$$

Следовательно, $\mu\in\left(S^{\beta,D+\varepsilon}_{\pi^{\alpha-1}}\right)'_P$,откуда следует, что $\mu\in\left(S^{\beta}_{\pi^{\alpha-1}}\right)'_P$.

По условию теоремы, $\forall\varphi\in\left[\mathcal{D}^{\beta}_{\pi_i^{\alpha-1}}\right]^s, i=1,2,3,$ имеем

$\left(\overline{u,\varphi}\right)=\left(\mu,\tilde{\varphi}^*\right)=0$, где $\tilde{\varphi}^*\in\left(\tilde{\mathcal{D}}^{\beta}_{\pi_i^{\alpha-1}}\right)^*, i=1,2,3.$ В силу леммы 3.1.10 в [4] функционал μ обращается в нуль на целых функциях пространства $\left[S^{\beta}_{\pi_i^{\alpha-2}}\right]^s, i=1,2,3.$

Применяя аналог первой теоремы Мальгранжа ([2; 5]) к функционалу μ и каждому из выпуклых компактов π_1,π_2,π_3, получим

$$\mu=\sum_{s=1}^{n}\left(\frac{\partial}{\partial\overline{z}_s}\right)^*\mu_s^{i,j}\ ,\ \text{где}\ \ \mu_s^{i,j}\in\left(S^{\beta}_{\pi_i^{\alpha-3}}\right)'_P\ \ \text{и}\ \ i\neq j, i,j=1,2,3\,.$$

Обозначим $\chi_s^{i,j}=\mu_s^i-\mu_s^j$, так как $\sum_{s=1}^{n}\left(\frac{\partial}{\partial\overline{z}_s}\right)^*\chi_s^{i,j}=0$ на функциях пространства $\left[S^{\beta}_{\left(\bigcap_{k=1}^{3}\pi_k\right)^{\alpha-3}}\right]^s$ и $\chi_s^{i,j}\in\left(S^{\beta}_{\left(\bigcap_{k=1}^{3}\pi_k\right)^{\alpha-3}}\right)'_P$, то, применяя к функционалам $\chi_s^{i,j}$ аналог второй теоремы Мальгранжа в ([3; 5]), мы получим, что существуют функционалы

$\chi_{s,t}\in\left(S^{\beta}_{\left(\bigcap_{k=1}^{3}\pi_k\right)^{\alpha-4}}\right)'_P$ такие, что $\chi_s^{i,j}=\sum_{t=1}^{n}\left(\frac{\partial}{\partial\overline{z}_t}\right)^*\chi_{s,t}$, причем $\chi_{s,t}=-\chi_{t,s}$.

В дальнейшем будем использовать функции h_0,h_1,h_2,h_3 построенные в лемме 3.1.2 [4].

Обозначим $\overline{h}_i\chi_{s,t}$ через $\chi^i_{s,t}$, $i = 0,1,2,3$. В силу леммы 3.1.7 в [4],

$$\forall\ \psi \in \left[S^{\beta}_{\left(\bigcap\limits_{k=1}^{3}\pi_k\right)^{\alpha-4}} \right]^s \text{ имеем } (\overline{h}_0\chi_{s,t}, \psi) = \left(\chi_{s,t}, h_0\psi\right) = 0.$$

Поэтому на функциях пространства

$$\left[S^{\beta}_{\left(\bigcap\limits_{k=1}^{3}\pi_k\right)^{\alpha-4}} \right]^s,$$

$$\chi_{s,t} = \left(\overline{h}_0 + \overline{h}_1 + \overline{h}_2 + \overline{h}_3\right)\chi_{s,t} = \overline{h}_0\chi_{s,t} + \overline{h}_1\chi_{s,t} + \overline{h}_2\chi_{s,t} + \overline{h}_3\chi_{s,t} =$$
$$= \chi^1_{s,t} + \chi^2_{s,t} + \chi^3_{s,t},$$

причем в силу леммы 3.1.6 [4]

$$\chi^i_{s,t} \in \left(S^{\beta}_{\pi_j^{\alpha-4}} \right)'_P \quad i \neq j, i, j = 1,2,3 \ .$$

Введем функционалы $\tilde{\mu}^{i,j}_s = \mu^{i,j}_s \mp \sum\limits_{t=1}^{n}\left(\dfrac{\partial}{\partial \overline{z}_t}\right)^* \chi^{j,i}_{s,t}$.

Очевидно, $\tilde{\mu}^{i,j}_s \in \left(S^{\beta}_{\pi_{i,j}^{\alpha-4}} \right)'_P$. Покажем на функциях пространства

$$\left[S^{\beta}_{\left(\bigcap\limits_{k=1}^{3}\pi_k\right)^{\alpha-4}} \right]^s, \quad \tilde{\mu}^1_s = \tilde{\mu}^2_s.$$

Учитывая, что на функциях этого пространства $\chi^0_{s,t} = 0$, будем иметь

$$\tilde{\mu}^1_s - \tilde{\mu}^2_s =$$
$$= \mu^1_s - \mu^2_s - \left(\sum_{t=1}^{n}\left(\frac{\partial}{\partial \overline{z}_t}\right)^* \chi^2_{s,t} + \sum_{t=1}^{n}\left(\frac{\partial}{\partial \overline{z}_t}\right)^* \chi^1_{s,t} \right) = \chi^{1,2}_s - -\sum_{t=1}^{n}\left(\frac{\partial}{\partial \overline{z}_t}\right)^* \chi_{s,t} =$$
$$= \chi^{1,2}_s - \chi^{1,2}_s = 0.$$

Аналогично находится, что

$$\tilde{\mu}^i_s = \tilde{\mu}^j_s, \text{ где } i \neq j, i, j = 1,2,3 \text{ на пространстве} \left[S^{\beta}_{\left(\bigcap\limits_{k=1}^{3}\pi_k\right)^{\alpha-4}} \right]^s.$$

Так как $\chi_{s,t} = -\chi_{t,s}$, то $\mu = \sum_{s=1}^{n}\left(\frac{\partial}{\partial \overline{z}_s}\right)^{*} \mu_s^{i,j} = \sum_{s=1}^{n}\left(\frac{\partial}{\partial \overline{z}_s}\right)^{*} \tilde{\mu}_s^{i,j}$.

Покажем, что $\forall\varphi \in \left[\mathcal{D}^{\beta}_{\pi^{\alpha-5}}\right]^{s}, \left(\mu, \tilde{\varphi}^{*}\right) = 0$.

Для этого $\forall\psi \in \left[S^{\beta}_{\pi^{\alpha-4}}\right]^{s}$ построим функционал

$\left(\tilde{\mu}_s, \psi\right) = \left(\tilde{\mu}_s^{1}, h_1\psi\right) + \left(\tilde{\mu}_s^{2}, h_2\psi\right) + \left(\tilde{\mu}_s^{3}, h_3\psi\right)$.

Покажем, что $\tilde{\mu}_s = \tilde{\mu}_s^{i,j}$ на функциях пространства $\left[S^{\beta}_{\left(\bigcap_{k=1}^{3}\pi_k\right)^{\alpha-4}}\right]^{s}$. Так как на функциях этого пространства $\tilde{\mu}_s^{1} = \tilde{\mu}_s^{2}$ и $\overline{h}_0\tilde{\mu}_s^{i,j} = 0$, то $\left(\tilde{\mu}_s, \psi\right) =$

$= \left(\tilde{\mu}_s^{1}, h_1\psi\right) + \left(\tilde{\mu}_s^{2}, h_2\psi\right) + \left(\tilde{\mu}_s^{3}, h_3\psi\right) = \left(\tilde{\mu}_{1,2}^{j}, \left(h_0 + h_1 + h_2 + h_3\right)\psi\right) = \left(\tilde{\mu}_s^{i,j}, \psi\right)$.

Откуда следует, что $\forall\psi \in \left[S^{\beta}_{\left(\bigcap_{k=1}^{3}\pi_k\right)^{\alpha-4}}\right]^{s}$, имеем представление

$\mu = \sum_{s=1}^{n}\left(\frac{\partial}{\partial \overline{z}_s}\right)^{*} \tilde{\mu}_s^{i,j} = \sum_{s=1}^{n}\left(\frac{\partial}{\partial \overline{z}_s}\right)^{*} \tilde{\mu}_s$. Так как пространство $\left[S^{\beta}_{\left(\bigcap_{k=1}^{3}\pi_k\right)^{\alpha-4}}\right]^{s}$ плотно в пространстве $\left[S^{\beta}_{\pi^{\alpha-4}}\right]^{s}$ и так как

$\tilde{\mu}_s \in \left[S^{\beta}_{\pi^{\alpha-4}}\right]^{s}$, то в силу линейности и непрерывности функционалов $\tilde{\mu}_s$ получим представление $\mu = \sum_{s=1}^{n}\left(\frac{\partial}{\partial \overline{z}_s}\right)^{*} \tilde{\mu}_s$ на функциях пространства $\left[S^{\beta}_{\pi^{\alpha-4}}\right]^{s}$.

В силу леммы 3.1.9. в [4], $\left(D_F^{\beta}\right)^{*} \subset S^{\beta}_{F_{\varepsilon}}$, если $\varphi \in \left[\mathcal{D}^{\beta}_{\pi^{\alpha-5}}\right]^{s}$ т.е.

supp $\varphi \subset \pi^{\alpha-5}$ есть компакт, то ее преобразование Фурье продолжается в C^{n} как целая аналитическая функция

$\tilde{\varphi}^* \in \left[S^{\beta}_{\pi^{\alpha-4}} \right]^s$, в силу этого $\forall \varphi \in \left[\mathcal{D}^{\beta}_{\pi^{\alpha-5}} \right]^s$ будем иметь

$$\left(\overline{u,\varphi}\right) = \left(\mu, \tilde{\varphi}^*\right) = \left(\sum_{s=1}^{n} \left(\frac{\partial}{\partial \overline{z}_s} \right)^* \tilde{\mu}_s \ , \tilde{\varphi}^* \right) = \sum_{s=1}^{n} \left(\tilde{\mu}_s, \frac{\partial}{\partial \overline{z}_s} \cdot \tilde{\varphi}^* \right) = 0 \ .$$

Теорема доказана.

Заключение

Найдены достаточные условия на множество комплексных прямых, отвечающих несобственным точкам алгебраического многообразия, обеспечивающие единственность продолжения обобщенных решений дифференциальных уравнений в частных производных с постоянными коэффициентами с окрестности трех соседних граней параллелепипеда в $\mathbb{R}^n$, в некоторую его окрестность в классе обобщенных функций бесконечного порядка.

Литература

1. Паламодов В. П. Линейные дифференциальные операторы с постоянными коэффициентами. Москва: Наука, 1967. 488 с. Текст: непосредственный.

2. Ахмедов Ш. А. Аналог теоремы Мальгранжа // Изв. АН ТаджССР, Отд. физ.-мат. и геол.-хим. наук. 1983. Т. 88, № 2. С. 15–20. Текст: непосредственный.

3. Ахмедов Ш. А., Бердимуратов А. Аналог второй теоремы Мальгранжа // Изв. АН ТаджССР, Отд. физ.-мат. и геол.-хим. наук. 1985. Т. 96, № 2. С. 3–7. Текст: непосредственный.

4. Бердимуратов А. М. Об аналоге задачи Дарбу — Гурса — Бодо в классах обобщенных функций для систем дифференциальных уравнений в частных производных с постоянными коэффициентами: диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Бишкек, 1992. 110 с. Текст: непосредственный.

5. Бердимуратов А. М. Метод экспоненциального представления Паламодова и его приложения к некоторым аналогам классических задач в пространствах обобщенных функций. Бишкек, 2017. 134 с. Текст: непосредственный.

ON THE UNIQUENESS OF GENERALIZED SOLUTIONS OF SYSTEMS OF DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH CONSTANT COEFFICIENTS

Amangeldi M. Berdimuratov
Cand. Sci. (Phys. and Math.), A/Prof.,
2 Lenina St., Lysva, 618902, Russia
aman2460@mail.ru

Abstract. This paper studies the problem of uniqueness of extension of generalized solutions of systems of partial differential equations with constant coefficients.

E. Holmgren, I. M. Gelfand, G. E. Shilov, V. P. Palamodov, and other mathematicians dealt with the problem of extending the uniqueness of solutions of such systems. The problem of uniqueness of the Cauchy problem for evolutionary type with constant coefficients is also studied in I. M. Gelfand and G. E Shilov's book. V. P. Palamodov investigated the uniqueness problem and established more precise theorems on the possibility of extending generalized solutions given in a neighborhood of the boundary of the domain in the most important situations. Uniqueness problems similar to the Goursat problem were investigated by A. M. Berdimuratov. This paper is devoted to the following problem: under what conditions is any generalized solution of infinite order of a system of partial differential equations with constant coefficients defined in a neighborhood of three adjacent faces of a parallelepiped in, can be uniquely extended to some of its neighborhood.

Keywords: algebraic variety; finite function; algebraic cone; improper point; Palamodov — Noether operator; entire analytic function; Fourier transform.

For citation

Berdimuratov A. M. On the Uniqueness of Generalized Solutions of Systems of Differential Equations with Constant Coefficients. *Bulletin of Buryat State University. Mathematics, Informatics.* 2021; 1: 24–33 (In Russ.).

References

1. Palamodov V. P. *Linear Differential Operators with Constant Coefficients*. Moscow: Nauka Publ., 1967. 488 p.

2. Akhmedov Sh. A. Analog of Malgrange's Theorem. *News of the Academy of Sciences of the Tajik SSR, Department of Physical, Mathematical and Geological and Chemical Sciences*. 1983. Vol. 88, no. 2. Pp. 15–20.

3. Akhmedov Sh. A., Berdimuratov A. Analog of the Second Theorem Malgrange. *News of the Academy of Sciences of the Tajik SSR, Department of Physical, Mathematical and Geological and Chemical Sciences.* 1985. Vol. 96, no. 2. Pp. 3–7.

4. Berdimuratov A. M. *An Analog of the Darboux — Goursat — Baudot Problem in Classes of Generalized Functions for Systems of Partial Differential Equations with Constant Coefficients*. Dissertation. Bishkek, 1992. 110 p.

5. Berdimuratov A. M. *Palamodov's Exponential Representation Method and Its Applications to Some Analogs of Classical Problems in Spaces of Generalized Functions.* Bishkek, 2017. 134 p.

Статья поступила в редакцию 29.01.2021; одобрена после рецензирования 05.03.2021; принята к публикации 10.03.2021.

The article was submitted 29.01.2021; approved after reviewing 05.03.2021; accepted for publication 10.03.2021.