

Научная статья

УДК 51-7

DOI: 10.18101/2304-5728-2023-4-53-65

НАХОЖДЕНИЕ ИМПУЛЬСНЫХ УПРАВЛЕНИЙ ДЛЯ МНОГОЗВЕННЫХ МАНИПУЛЯЦИОННЫХ РОБОТОВ

© Чупин Илья Алексеевич

аспирант,

Уральский федеральный университет

Россия, 620002, г. Екатеринбург, ул. Мира, 19

mr.tchupin@yandex.ru

Аннотация. Механическая модель манипуляционного робота состоит из конечного набора абсолютно твердых тел, соединения которых описываются идеальными стационарными геометрическими связями. Силовые взаимодействия в системе определяются потенциальными и управляющими силами. Рассматривается нелинейная задача управления движениями манипуляционного робота. Импульсные управления в начальный момент времени сообщают необходимую энергию роботу для выхода на траекторию, соединяющую его начальное и конечное положения в пространстве конфигураций. Для гашения скоростей робота в конечном положении также используются импульсные управления. При движении по траектории управления выключаются. Для нахождения траектории и времени движения по траектории используется теорема Якоби для канонической системы дифференциальных уравнений. Вычисляется энергия, необходимая для перевода манипуляционного робота из начального положения равновесия в конечное положение равновесия. Рассматривается задача параметрической оптимизации движений робота.

Ключевые слова: оптимальное управление, манипуляционный робот, импульсное управление, уравнение Гамильтона — Якоби, первые интегралы, оптимизация, быстродействие, энергозатратность.

Для цитирования

Чупин И. А. Нахождение импульсных управлений для многозвенных манипуляционных роботов // Вестник Бурятского государственного университета. Математика, информатика. 2023. № 4. С. 53–65.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (Проект № 22-21-00714).

Введение

Рассматривается механическая модель манипуляционного робота, состоящая из конечного набора абсолютно твердых тел, соединения которых описываются идеальными стационарными геометрическими

связями. Силовые взаимодействия в системе определяются потенциальными и управляющими силами.

Считаем, что система имеет n степеней свободы и положения манипулятора описываются обобщенными координатами q_1, \dots, q_n . В координатном пространстве R^n вектора положений $q = (q_1, \dots, q_n)^T$ принадлежат рабочей зоне D , которая является открытым связанным множеством $D \subseteq R^n$.

Кинетическая энергия манипулятора определяется формулой:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(q) \dot{q}_i \dot{q}_j = \frac{1}{2} (A(q) \dot{q}, \dot{q}),$$

в которой элементы матричной функции $A(q) = (a_{ij}(q))_{i,j=1}^n$ являются непрерывно дифференцируемыми функциями в области D , в каждой точке которой матрица $A(q)$ является симметричной и положительно определенной.

Потенциальное взаимодействие описывается потенциальной энергией $\Pi(q) = \Pi(q_1, \dots, q_n)$, непрерывно дифференцируемой функцией, а управляющие взаимодействия обобщенными силами $u_i(t)$, $i = \overline{1, n}$.

Движения манипулятора будем описывать системой канонических дифференциальных уравнений. Обобщенные импульсы определяются формулами:

$$p_i = \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}, \quad i = \overline{1, n}.$$

Вводя вектор обобщенных импульсов $p = (p_1, \dots, p_n)^T$, имеем

$$p = A(q) \dot{q}, \quad \dot{q} = A^{-1}(q) p.$$

Функция Лагранжа определяется формулой $L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - \Pi(q)$, а функция Гамильтона формулой

$$H(q, p) = [(\dot{q}, p) - L(q, \dot{q})]_{\dot{q} \rightarrow p} = \frac{1}{2} (A^{-1}(q) p, p) + \Pi(q).$$

Канонические уравнения движения имеют вид [1]:

$$\dot{q}_i = \frac{\partial H(q, p)}{\partial p_i}, \quad \dot{p}_i = -\frac{\partial H(q, p)}{\partial q_i} + u_i(t), \quad i = \overline{1, n}. \quad (1)$$

Требуется найти управления $u_i(t)$, $i = \overline{1, n}$, которые позволяют перевести манипулятор из заданного начального положения равновесия $q(0) = q^0$, $p(0) = 0$ в заданное конечное положение равновесия $q(T_k) = q^T$, $p(T_k) = 0$.

Время перевода T_k манипулятора из начального положения в конечное является неизвестным.

При решении задачи будем рассматривать следующее множество импульсных управлений

$$u_i(t) = S_i^0 \delta(t) + S_i^T \delta(t - T_k), \quad i = \overline{1, n}, \quad t \in [0, T_k], \quad (2)$$

где $\delta(\cdot)$ — функция Дирака.

Импульсные управления генерируемые в начальный момент времени $t = 0$ служат для перевода манипулятора из начального положения равновесия на специальную траекторию движения в фазовом пространстве R^{2n} , проекция которой на координатное пространство R^n соединяет точки q^0 и q^T . При движении по траектории управления выключаются. Импульсные управления генерируемые в конечный момент времени $t = T_k$ служат для гашения скорости в конечном положении.

Для решения задачи необходимо определить траекторию движения, соединяющую точки q^0 и q^T в координатном пространстве, время T_k движения по траектории из начального положения в конечное положение и силовые импульсы $S_i^0, S_i^T, i = \overline{1, n}$.

1 Нахождение траектории в координатном пространстве

При движении по траектории управления отсутствуют. При решении задачи используем первые интегралы канонических уравнений

$$\dot{q}_i = \frac{\partial H(q, p)}{\partial p_i}, \quad \dot{p}_i = -\frac{\partial H(q, p)}{\partial q_i}, \quad i = \overline{1, n},$$

которые определяются теоремой Якоби [1]

$$\frac{\partial W(q, a, h)}{\partial a_i} = b_i, \quad i = \overline{1, n-1}, \quad a = (a_1, \dots, a_{n-1})^T, \quad (3)$$

$$\frac{\partial W(q, a, h)}{\partial q_i} = p_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial W(q, a, h)}{\partial h} = t + t_0. \quad (5)$$

Здесь $a_i, b_i, i = \overline{1, n-1}, h, t_0$ — произвольные вещественные постоянные, $W(q, a, h)$ — полный интеграл уравнения Гамильтона — Якоби для консервативной системы [1]

$$H\left(q, \frac{\partial W}{\partial q_1}, \dots, \frac{\partial W}{\partial q_n}\right) = h.$$

Будем полагать, что известен полный интеграл уравнения Гамильтона — Якоби. Например, полный интеграл уравнения Гамильтона — Якоби может быть найден при выполнении условий теоремы Лиувилля [2].

Теорема 1. Пусть векторы начальных положений q^0 и конечных положений q^T ($q^0 \neq q^T$) принадлежат рабочей зоне D , существует единственное решение $a_i = a_i(h), i = \overline{1, n-1}$ системы уравнений

$$\frac{\partial}{\partial a_i} (W(q^0, a, h) - W(q^T, a, h)) = 0, \quad i = \overline{1, n-1}, \quad (6)$$

и траектория, соединяющая начальное и конечное положения, принадлежит рабочей зоне D , она неявно определяется системой уравнений

$$\frac{\partial}{\partial a_i} (W(q, a, h) - W(q^0, a, h))_{a=a(h)} = 0, \quad i = \overline{1, n-1}, \quad (7)$$

и время движения по траектории из точки q^0 в q^T определяется формулой:

$$T_k = T_k(h) = \frac{\partial}{\partial h} (W(q^T, a, h) - W(q^0, a, h))_{a=a(h)}. \quad (8)$$

Доказательство. Из (3) следует необходимость выполнения условий

$$\frac{\partial W(q, a, h)}{\partial a_i} = \frac{\partial W(q^0, a, h)}{\partial a_i} = b_i, \quad i = \overline{1, n-1}. \quad (9)$$

Тогда из (9) следует необходимость выполнения равенств (6), которые неявно определяют $a_i = a_i(h), i = \overline{1, n-1}$. Из равенств (9) с учетом $a_i = a_i(h), i = \overline{1, n-1}$ получим уравнения (7) для траектории. Также из равенств (9) находим произвольные постоянные b_i

$$b_i = b_i(h) = \frac{\partial W(q^0, a(h), h)}{\partial a_i}, \quad i = \overline{1, n-1}.$$

Из формулы (5) в начальный момент времени $t = 0$ находим постоянную t_0

$$t_0 = \frac{\partial W(q^0, a(h), h)}{\partial h},$$

и время движения по траектории (7) из начального положения в конечное определяется формулой (8). *Теорема доказана.*

2 Нахождение силовых импульсов

Для множества допустимых импульсных управлений (2) требуется найти силовые импульсы $S_i^0, S_i^T, i = \overline{1, n}$, реализующие перевод манипулятора из начального в конечное положения.

Теорема 2. Пусть выполнены условия теоремы 1. Тогда для перевода манипулятора из начального положения равновесия в конечное положение равновесия используются силовые импульсы, определяемые формулами:

$$S_i^0 = \frac{\partial W(q^0, a(h), h)}{\partial q_i}, \quad S_i^T = -\frac{\partial W(q^T, a(h), h)}{\partial q_i}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (10)$$

Доказательство. Интегрируя вторую группу дифференциальных уравнений (1) на отрезках $[0, \varepsilon], [T_k - \varepsilon, T_k]$, где $\varepsilon > 0$, при учете формы управлений (2) и начальных условий, имеем

$$p_i(\varepsilon) = -\int_0^\varepsilon \frac{\partial H(q(s), p(s))}{\partial q_i} ds + \int_0^\varepsilon S_i^0 \delta(s) ds, \quad i = \overline{1, n},$$

$$-p_i(T_k - \varepsilon) = -\int_{T_k - \varepsilon}^{T_k} \frac{\partial H(q(s), p(s))}{\partial q_i} ds + \int_{T_k - \varepsilon}^{T_k} S_i^T \delta(s - T_k) ds, \quad i = \overline{1, n}.$$

При $\varepsilon \rightarrow 0$, имеем

$$p_i(+0) = S_i^0, \quad i = \overline{1, n}, \quad (11)$$

$$p_i(T_k - 0) = -S_i^T, \quad i = \overline{1, n}. \quad (12)$$

Из равенств (4) с учетом равенств (11), (12) находим силовые импульсы (10). *Теорема доказана.*

3 Нахождение затрат энергии на переход из начального положения в конечное

При движении по траектории управляющие воздействия не действуют и энергия не расходуется. При выходе на траекторию работа импульсных сил определяется формулой [3]

$$A_0 = \frac{1}{2} p^T(+0) A^{-1}(q^0) p(+0),$$

а при сходе с траектории – определяется формулой [3]:

$$A_T = -\frac{1}{2} p^T(T_k - 0) A^{-1}(q^T) p(T_k - 0).$$

Используя интеграл энергии

$$H(q, p) = \frac{1}{2} (A^{-1}(q)p, p) + \Pi(q) = h,$$

находим работу импульсных сил при выходе на траекторию

$$A_0 = h - \Pi(q^0)$$

и работу импульсных сил при сходе с траектории

$$A_T = -h + \Pi(q^T).$$

Тогда энергия, необходимая для перевода манипулятора из начального положения равновесия в конечное, определяется формулой

$$E = E(h) = A_0 + |A_T| = 2h - \Pi(q^0) - \Pi(q^T). \quad (13)$$

Энергия зависит от произвольного параметра h .

Выбор произвольного параметра h определяет траекторию движения, время движения по траектории, силовые импульсы и затраты энергии на движения. Сформулируем три критериальные задачи выбора оптимального значения параметра h .

Задача 1. Заданы вектор начальных положений q^0 и вектор конечных положений q^T ($q^0 \neq q^T$), принадлежащие рабочей зоне D . Найти значение параметра h_1 , которое удовлетворяет заданному условию ограничения затрат энергии $E(h) \leq E$ и соответствует минимальному времени движения манипулятора по траектории при условии принадлежности ее рабочей зоне D :

$$T_k = T_k(h_1) = \min_{h \in R} T_k(h).$$

Задача 2. Заданы вектор начальных положений q^0 и вектор конечных положений q^T ($q^0 \neq q^T$), принадлежащие рабочей зоне D . Найти значение параметра h_2 , которое удовлетворяет заданному условию быстродействия $T_k(h) \leq T_k$ и соответствует минимальным энергозатратам для перехода манипулятора по траектории при условии принадлежности ее рабочей зоне D :

$$E = E(h_2) = \min_{h \in R} E(h).$$

Задача 3. Заданы вектор начальных положений q^0 и вектор конечных положений q^T ($q^0 \neq q^T$), принадлежащие рабочей зоне D . Найти значение параметра h_3 , которое минимизирует комбинированный функционал J , учитывающий время движения манипулятора по траектории, принадлежащей рабочей зоне D , и затраты энергии на это движение:

$$J(h_3) = \min_{h \in R} J(h) = \min_{h \in R} (k T_k(h) + E(h)),$$

где k — задаваемый весовой коэффициент.

4 Пример применения методики нахождения импульсных управлений

Рассмотрим метод нахождения импульсных управлений на примере двухзвенного манипулятора, условно изображенного на рис. 1, состоящего из двух абсолютных твердых тел и совершающих плоскопараллельное движение в вертикальной плоскости. Первое тело совершает поступательное движение вдоль горизонтальной прямой, а второе тело вращается в вертикальной плоскости относительно первого тела. Второе тело цилиндрическим шарниром O_1 связано с первым телом. На конце второго тела укреплен схват, в котором находится перемещаемый объект (груз). Будем предполагать, что линейные размеры схвата и груза много меньше длины второго тела манипулятора и при исследовании движения считать схват с грузом материальной точкой.

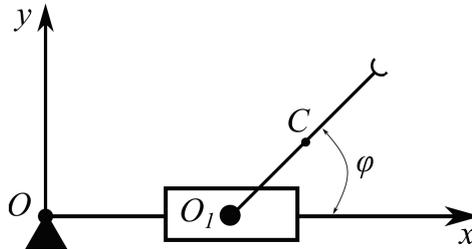


Рис. 1. Двухзвенный манипуляционный робот

Управление плоским движением манипулятора осуществляется при помощи момента M , приложенного ко второму телу, и горизонтальной силы F , приложенной к первому телу. Сила F и момент M создаются двумя независимыми приводами.

Кинетическая энергия определяется формулой:

$$T = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\dot{x}^2 - m_2 l \dot{x} \dot{\varphi} \sin\varphi + \frac{1}{2}J\dot{\varphi}^2.$$

Потенциальная энергия определяется формулой:

$$\Pi = -m_2 g l \sin\varphi.$$

Здесь x — координата, определяющая поступательное перемещение точки O_1 первого тела; угол φ — угол поворота второго тела относительно первого тела; l — расстояние от оси шарнира O_1 до центра масс C второго тела со схватом и грузом; m_1 — масса первого тела; m_2 — масса второго тела со схватом и грузом; J — момент инерции второго тела со схватом и грузом относительно оси цилиндрического шарнира O_1 .

Функция Гамильтона имеет следующий вид:

$$H = H(x, \varphi, p_x, p_\varphi) = \frac{Jp_x^2 + 2m_2lp_xp_\varphi\sin\varphi + m_s p_\varphi^2}{2(Jm_s - m_2^2l^2\sin^2\varphi)} + m_2gl\sin\varphi,$$

где $m_s = m_1 + m_2$ — масса первого и второго тела со схватом и грузом. Система канонических уравнений Гамильтона имеет вид:

$$\dot{x} = \frac{Jp_x + m_2l\sin\varphi p_\varphi}{Jm_s - m_2^2l^2\sin^2\varphi}, \quad \dot{\varphi} = \frac{m_2l\sin\varphi p_x + m_s p_\varphi}{Jm_s - m_2^2l^2\sin^2\varphi}, \quad \dot{p}_x = F(t),$$

$$\dot{p}_\varphi = \frac{-m_2l\cos\varphi(m_2l\sin\varphi(Jp_x^2 + m_s p_\varphi^2) + p_x p_\varphi(Jm_s + m_2^2l^2\sin^2\varphi))}{(Jm_s - m_2^2l^2\sin^2\varphi)^2} - m_2gl\cos\varphi + M(t).$$

Задача управления состоит в нахождении импульсных законов изменения управляющей силы $F(t)$ и управляющего момента $M(t)$ из множества импульсных управлений (2)

$$F(t) = S_1^0\delta(t) + S_1^T\delta(T_k - t),$$

$$M(t) = S_2^0\delta(t) + S_2^T\delta(T_k - t),$$

обеспечивающих приведение манипулятора из заданного начального положения $x(0) = x_0$, $\varphi(0) = \varphi_0$, $\dot{x}(0) = 0$, $\dot{\varphi}(0) = 0$ в заданное конечное положение $x(T_k) = x_T > x_0$, $\varphi(T_k) = \varphi_T > \varphi_0$, $\dot{x}(T_k) = 0$, $\dot{\varphi}(T_k) = 0$ за конечное время T_k .

При отсутствии управлений каноническая система допускает два независимых первых интеграла. Интеграл энергии

$$H(x, \varphi, p_x, p_\varphi) = \frac{Jp_x^2 + 2m_2lp_xp_\varphi\sin\varphi + m_s p_\varphi^2}{2(Jm_s - m_2^2l^2\sin^2\varphi)} + m_2gl\sin\varphi = h$$

и циклический интеграл

$$p_x = a_1.$$

Имеем два первых независимых интеграла: интеграл энергии и циклический интеграл. Эти интегралы находятся в инволюции и согласно теореме Лиувилля система канонических уравнений интегрируема.

Для нахождения полного интеграла уравнения Гамильтона — Якоби используем методику, изложенную в [2]. В результате получим

$$W(x, \varphi, a_1, h) = \left(x + \frac{m_2l}{m_s}\cos\varphi\right)a_1 + \int \frac{\sqrt{(Jm_s - m_2^2l^2\sin^2\varphi)(2m_s(h - m_2gl\sin\varphi) - a_1^2)}}{m_s} d\varphi.$$

Используя теорему Якоби, находим два дополнительных первых интеграла канонической системы уравнений

$$x + \frac{m_2 l}{m_s} \cos \varphi - \frac{a_1}{m_s} \int_{\varphi_0}^{\varphi} \sqrt{\frac{J m_s - m_2^2 l^2 \sin^2 \varphi}{2 m_s (h - m_2 g l \sin \varphi) - a_1^2}} d\varphi = b_1.$$

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi} \sqrt{\frac{J m_s - m_2^2 l^2 \sin^2 \varphi}{2 m_s (h - m_2 g l \sin \varphi) - a_1^2}} d\varphi = t + t_0.$$

Пусть в начальный момент времени $t = 0$ свободная каноническая система имеет начальные условия $x(0) = x_0$, $\varphi(0) = \varphi_0$, $p_x(0) = p_x^0$, $p_\varphi = p_\varphi^0$. Тогда из начальных условий находим произвольные постоянные a_1 , b_1 , t_0 .

$$a_1 = p_x^0, \quad b_1 = x_0 + \frac{m_2 l}{m_s} \cos \varphi_0, \quad t_0 = 0.$$

Из первого дополнительного интеграла находим уравнение траектории

$$m_s(x - x_0) + m_2 l(\cos \varphi - \cos \varphi_0) = p_x^0 \int_{\varphi_0}^{\varphi} \sqrt{\frac{J m_s - m_2^2 l^2 \sin^2 \varphi}{2 m_s (h - m_2 g l \sin \varphi) - (p_x^0)^2}} d\varphi.$$

Условие прохождения траектории движения через конечное положение имеет вид:

$$m_s(x_T - x_0) + m_2 l(\cos \varphi_T - \cos \varphi_0) = p_x^0 \int_{\varphi_0}^{\varphi_T} \sqrt{\frac{J m_s - m_2^2 l^2 \sin^2 \varphi}{2 m_s (h - m_2 g l \sin \varphi) - (p_x^0)^2}} d\varphi.$$

Это уравнение неявно определяет $p_x^0 = p_x^0(h)$.

Если выполнено условие, то время движения груза до конечной точки определяется формулой:

$$T_k = \int_{\varphi_0}^{\varphi_T} \sqrt{\frac{J m_s - m_2^2 l^2 \sin^2 \varphi}{2 m_s (h - m_2 g l \sin \varphi) - (p_x^0)^2}} d\varphi.$$

Используя условие прохождения траектории через конечное положение, преобразуем формулу для нахождения T_k . Формулу для закона движения груза по траектории можно преобразовать к виду:

$$T_k = T_k(h) = \frac{1}{p_x^0(h)} (m_s(x_T - x_0) + m_2 l(\cos \varphi_T - \cos \varphi_0)).$$

Значения S_1^0 , S_1^T , S_2^0 , S_2^T в соответствии с теоремой 2 определяются следующими формулами

$$S_1^0 = |p_x^0| = -S_1^T,$$

$$S_2^0 = \frac{\sqrt{(Jm_s - m_2^2 l^2 \sin^2 \varphi_0)(2m_s(h - m_2 g l \sin \varphi_0) - (p_x^0)^2) - S_1^0 m_2 l \sin \varphi_0}}{m_s},$$

$$S_2^T = \frac{\sqrt{(Jm_s - m_2^2 l^2 \sin^2 \varphi_T)(2m_s(h - m_2 g l \sin \varphi_T) - (p_x^0)^2) - S_1^0 m_2 l \sin \varphi_T}}{m_s},$$

При нахождении энергии, необходимой для перехода манипулятора из начального положения равновесия в конечное, используется формула (13), в результате получаем следующее значение энергии

$$E = E(h) = 2h - m_2 g l (\sin \varphi_0 + \sin \varphi_T).$$

5 Результаты численного моделирования

В качестве численного примера рассмотрен случай следующих значений параметров системы: $m_1 = 1$, $m_2 = 3$, $l = 1$, $J = 6$, $g = 9.81$.

Перевод схвата необходимо произвести из начального положения

$$x_0 = 1, \quad \varphi_0 = \pi/24,$$

в конечное положение

$$x_T = 2, \quad \varphi_T = \pi/2.$$

Рассмотрены три задачи выбора оптимального значения параметра h .

Задача 1. Для заданных начального и конечного положений найти значение параметра h , которое удовлетворяет заданному условию ограничения затрат энергии $E(h) \leq 50$ и соответствует минимальному времени движения манипулятора по траектории:

$$T_k = T_k(h) = \min_{h \in R} T_k(h).$$

Задача 2. Для заданных начального и конечного положений найти значение параметра h , которое удовлетворяет заданному условию быстродействия $T(h) \leq 2$ и соответствует минимальным энергозатратам для перехода манипулятора по траектории:

$$E = E(h) = \min_{h \in R} E(h).$$

Задача 3. Для заданных начального и конечного положений найти значение параметра h , которое минимизирует комбинированный функционал $J(h)$, учитывающий и время движения манипулятора по траектории, и затраты энергии на это движение:

$$J(h) = \min_{h \in R} J(h) = \min_{h \in R} (20 T_k(h) + E(h)).$$

Таблица 1. Результаты численного моделирования

№	h	$p_x^0(h)$	$T_k(h)$	$E(h)$	$J(h)$	График
1	41.636	2.034	0.504	50	60.08	Штрих-линия
2	29.465	0.512	2	25.659	65.659	Штрих-пунктирная линия
3	31.3447	1.215	0.8442	29.418	46.3	Сплошная линия

Основные результаты представлены в таблице 1.

На рисунке 2 представлены начальное положение манипулятора (толстой линией) и конечные положения манипулятора (пунктирной линией).

На рисунке 3 представлена траектория движения схвата манипулятора в декартовой системе координат.

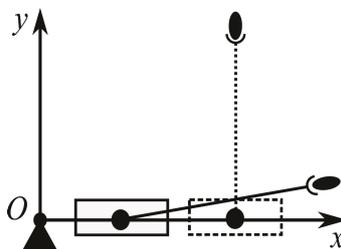


Рис. 2. Начальное и конечное положения манипулятора

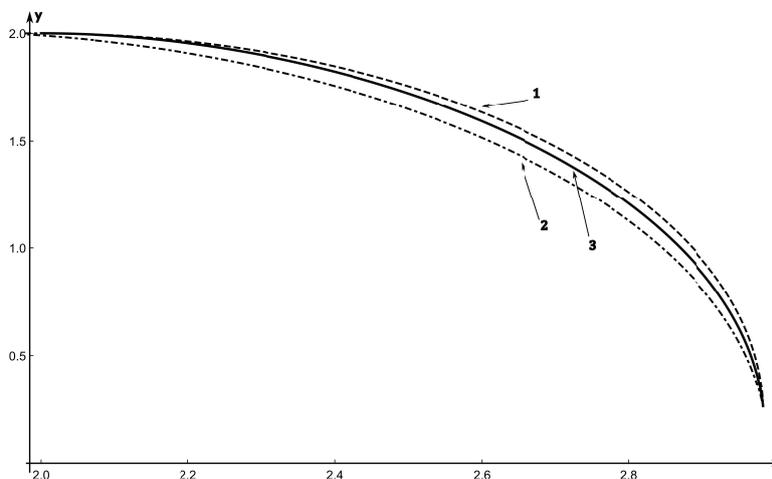


Рис. 3. Траектория движения схвата манипулятора

Заключение

Предложенный метод позволяет построить импульсные управления для многозвенного манипуляционного робота с идеальными стационарными связями. Данная методика была применена при построении импульсных управления для безынерционного [4] и инерционного [5]

двухзвенника, совершающего движение в горизонтальной плоскости. Переход к описанию движения двухзвенника в вертикальной плоскости усложняет задачу.

Литература

1. Маркеев А. П. Теоретическая механика. Москва: Наука, 1990. 416 с.
2. Архангельский Ю. А. Аналитическая динамика твердого тела. Москва: Наука, 1977. 328 с.
3. Раус Э. Дж. Динамика системы твердых тел. Москва: Наука, 1983. 463 с.
4. Долгий Ю. Ф., Чупин И. А. Импульсные управления двухзвенным манипуляционным роботом // Известия Института математики и информатики Удмуртского государственного университета. 2021. № 57. С. 77–90. DOI: 10.35634/2226-3594-2021-57-02.
5. Dolgii Y., Chupin I. Impulse control of the inertial manipulation robot // Proceedings of 16th International Conference on Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems (Pyatnitsky's Conference). STAB 2022. Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc. DOI: 10.1109/STAB54858.2022.9807496.

Статья поступила в редакцию 10.10.2023; одобрена после рецензирования 25.10.2023; принята к публикации 01.12.2023.

FINDING IMPULSE CONTROL FOR MULTI-LINK MANIPULATION ROBOTS

Ilya A. Chupin

Post-graduate student,
Ural Federal University
19 Mira St., Yekaterinburg, 620002, Russia

Abstract. The mechanical model of a manipulative robot consists of a finite set of absolutely rigid bodies, the connections of which are described by ideal stationary geometric connections. Force interactions in the system are determined by potential and controlling forces. The nonlinear problem of controlling the movements of a manipulation robot is considered. Impulse controls at the initial moment of time provide the necessary energy to the robot to enter the trajectory connecting its initial and final positions in the configuration space. Impulse controls are also used to dampen the robot's speeds in the final position. When moving along the trajectory, the controls are turned off. To find the trajectory and the time of movement along the trajectory, the Jacobi theorem for the canonical system of differential equations is used. The energy required to transfer the manipulating

robot from the initial equilibrium position to the final equilibrium position is calculated. The problem of parametric optimization of robot movements is considered.

Keywords: optimal control, manipulation robot, impulse control, Hamilton — Jacobi equations, first integrals, optimization, time-optimal task, energy consumption.

For citation

Chupin I. A. Finding Impulse Control for Multi-Link Manipulation Robots // Bulletin of Buryat State University. Mathematics, Informatics. 2023. N. 4. P. 53–65.

The article was submitted 10.10.2023; approved after reviewing 25.10.2023; accepted for publication 01.12.2023.