

КОММЕНТАРИИ

Комментарий к статье Денисенко В. В., Ильина В. П. «Об ошибочности теоремы В. В. Аксенова»

Конкретный разбор статьи [1] показывает следующее.

По введению. Авторы статьи оставляют без внимания теорему 2 из [2], которая посвящена как раз калибровкам Кулона и Лоренца. В ней доказано, что в стационарных магнитных полях есть варианты, когда равенство нулю дивергенции векторного потенциала не требует обнуления радиальной ее компоненты на поверхности шара. Этот случай как раз и обосновывает теорема 2 из [2]. Так что весь материал введения не относится к содержанию моей статьи [2].

Пункт теорема В.В. Аксенова. Здесь ставится не относящаяся к содержанию теоремы задача «...решать многие задачи математической физики». Тогда как в заголовке статьи [2] сказано «О некоторых соленоидальных векторных полях...» и в статье доказано, что эти «некоторые соленоидальные поля» должны подчиняться условию $rot H_1 = H_2$.

Пункт контрпримеры. Здесь допущена основная ошибка [1], которая зафиксирована у них уравнением (6). В [1] утверждается, что при использовании представлений (3)-(5) верно выражение $rot_r H = H_r$ (формула (6)). На этом выражении построены обоснования контрпримеров к теореме 1 из [2].

Проверим:

$$rot_r H = \frac{1}{r \sin \theta} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta H_\varphi - \frac{\partial}{\partial \varphi} H_\theta \right). \quad (1)$$

Легко заметить в (1), что у $rot_r H$ и H_r в (3) из [1] заведомо отсутствуют производные для поля H_1 . В H_r таких производных нет по определению (формула (3) [1]). Поэтому обязательное условие теоремы 1 $rot H_1 = H_2$ заведомо невыполнимо. Действительно:

$$rot_r H = -\frac{1}{r} \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial Q}{\partial \theta} - \frac{\partial^2 Q}{r \partial \theta^2} - \frac{1}{r \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 Q}{\partial \varphi^2}.$$

Поэтому все приведенные в этом пункте контрпримеры, ориентированные на уравнение (6) [1], являются не относящимися к содержанию теоремы 1 из [2] из-за невозможности выполнить формулой (6) условия $rot H_1 = H_2$. В этом, как раз, кроется ложная посылка авторов, на которую делалась основная ставка в деле опровержения теоремы 1 из [2].

Пункт сопоставление с известным. Авторы пишут, что «...доказательство представления (2) из [2] основано на представлении (7) их статьи». В то время как в моей статье использовано с самого начала тороидальное разложение векторного потенциала в виде $A = (Qr) + rot(Qr)$, поэтому выражение (2) моей статьи исходит из этого представления, для которого выражение $rot H_r = H_p$ есть тождество.

Действительно: $H_T = \text{rot}(Qr)$, $H_p = \text{rotrot}(Qr)$, поэтому $\text{rot}H_T = \text{rotrot}(Qr) \equiv H_p$. Остальной текст этого пункта к теореме 1 из [2] никакого отношения не имеет. Никакого «...произвольного соленоидального поля...» в моей статье нет и быть не может из-за условия $\text{rot}H_1 = H_2$.

Пункт о единственности потенциала. Трактовка «единственности функции Q для заданного поля H » введена авторами [1]. Они же ее и опровергают, заявляя «...разумеется, вычисление по этим формулам (формулам Аксенова В.В.) дает единственный результат, поскольку в них нет неоднозначных функций». Для теоремы 1 из [2] этого достаточно. Авторы [1] не принимают во внимание теорему 2 из [2], где доказано, что единственность потенциала достигается калибровками Кулона или Лоренца.

Литература

1. Денисенко В. В., Ильин В. П. Об ошибочности теоремы В. В. Аксенова // Вестник Бурятского государственного университета. Математика, информатика. — 2015. — № 2. — С. 16 – 21.
2. Аксенов В. В. О некоторых соленоидальных векторных полях в сферических областях // Дифференциальные уравнения. — 2012. — Т. 48, № 7. — С. 1056 – 1059.

В. В. Аксенов

Аксенов Валентин Васильевич, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник Института вычислительной математики и математической геофизики СО РАН,
e-mail: aksenov@omzg.ssc.ru