

УДК 681.325.6

doi: 10.18101/2304-5728-2016-3-80-86

© *Н. В. Ярышкина, П. Б. Могнонов*

Автоматический синтез цифровых схем по их функциональному описанию

В статье рассматривается алгоритм реализации автоматического синтеза цифровых схем по их функциональному описанию, построенному с использованием математического аппарата λ -исчисления. Определяется способ разбора λ -выражений с целью определения структуры синтезируемой цифровой схемы и взаимосвязей входных и выходных сигналов элементов схемы.

На конкретном примере функционального описания сложной цифровой схемы 4-х разрядного параллельного регистра пошагово производится разбор λ -выражения, и показывается, как будет происходить процесс построения схемы.

Ключевые слова: цифровые схемы, автоматический синтез.

© *N. V. Yarishkina, P. B. Mogonov*

Automatic synthesis of digital circuits on their functional description

The article discusses the implementation algorithm of automatic synthesis of digital circuits according to their functional description, built using the mathematical apparatus of λ -calculus. Determines how the parsing of λ -expressions to determine patterns of synthesized digital circuits and interconnections of input and output signals of circuit elements.

A specific example of a functional description of complex digital circuits 4-bit parallel register step by step is the parsing of λ -expressions, and shows how will be the process of building a circuit.

Keywords: digital circuits, automatic synthesis.

Введение

Под функциональным описанием схемы понимается описание логики ее работы. Такое описание может быть выполнено в виде функциональной схемы устройства, функциональных диаграмм, а также в виде функциональных выражений. Для получения функциональных выражений, описывающих логику работы цифровых схем и их элементов, предлагается использовать математический аппарат теории λ -исчисления [1].

В связи с тем, что в теории λ -исчисления функции рассматриваются с математической точки зрения как отношение входных параметров к выходным [2], то проводя аналогию с цифровыми схемами, которые также можно представить в виде отношения входных сигналов к выходным,

следует вывод, что функциональные выражения, составленные по правилам λ -абстракции, удобно использовать для описания логики работы цифровых схем.

1. Правила, определяющие порядок разбора функциональных описаний цифровых схем

Функциональные выражения есть не что иное, как λ -термы. При помощи λ -термов можно описывать и один простой объект, и сложную структуру объектов, в которой согласно теории λ -исчисления сами функции могут использоваться как аргументы для функций высшего порядка [2]. Т.е., описание схемы строится из основных базовых элементов, которые составляют в более сложные структуры. Кроме этого, количество λ -выражений, используемых для описания одной схемы, зависит от количества выходов (выходных функций) схемы. Каждому выходному сигналу соответствует свой λ -терм.

Для автоматизации синтеза структуры схемы и взаимосвязи элементов схемы на основе ее функционального описания применяются правила конверсии и редукции λ -термов, описывающих схему. В результате свертки пошагово выявляется структура схемы, а также связи между элементами, что и позволяет произвести синтез цифровой схемы по ее функциональному описанию.

Анализ λ -термов нужно проводить, ориентируясь на скобочную запись, и, выполняя поэтапную свертку λ -выражения, привести его к элементарному объекту. Далее в ходе сопоставления с λ -описанием логических констант и базовых логических элементов выделяются и отображаются отождествленные элементы схемы. Затем разбор продолжается, при этом могут анализироваться временно введенные выражения, использованные при выполнении свертки. Построение схемы будет производиться справа-налево, т.е. от выходной функции к аргументам-входным переменным.

2. Алгоритм синтеза схемы по ее функциональному описанию

На основе правил разбора функциональных выражений, рассмотрим по шагам, как будет происходить синтез сложной цифровой схемы, представленной 4-х разрядным параллельным регистром памяти, построенным на RS-триггерах с общими цепями управления (рис.1).

В основе схемы лежит описание RS-триггера, на вход S подается результат конъюнкции управляющего сигнала записи «Зп» и информационного «DI_i». Информация хранится до тех пор, пока не поступит сигнал чтения «Чт». После прихода сигнала «Чт» информацию можно считывать с выхода «Q_i».

Сигналы обозначим удобными для описания символами $U_{ст<0>=r}$, $DI_i = d_i$, $Зп=Z$, $Чт=C$, q_i =сигнал обратной связи триггера.

Схема имеет 4 выхода «Q₁», «Q₂», «Q₃», «Q₄», а, значит, для полного ее описания строится 4 λ-выражения:

$$Q_1 = \lambda d_1 Z q_1 r C.(((d_1(Z \perp) \perp) \perp) (((q_1((r \perp) \perp) \perp) \perp) \perp) \perp) (C \perp) \perp \quad (1)$$

$$Q_2 = \lambda d_2 Z q_2 r C.(((d_2(Z \perp) \perp) \perp) (((q_2((r \perp) \perp) \perp) \perp) \perp) \perp) (C \perp) \perp \quad (2)$$

$$Q_3 = \lambda d_3 Z q_3 r C.(((d_3(Z \perp) \perp) \perp) (((q_3((r \perp) \perp) \perp) \perp) \perp) \perp) (C \perp) \perp \quad (3)$$

$$Q_4 = \lambda d_4 Z q_4 r C.(((d_4(Z \perp) \perp) \perp) (((q_4((r \perp) \perp) \perp) \perp) \perp) \perp) (C \perp) \perp \quad (4)$$

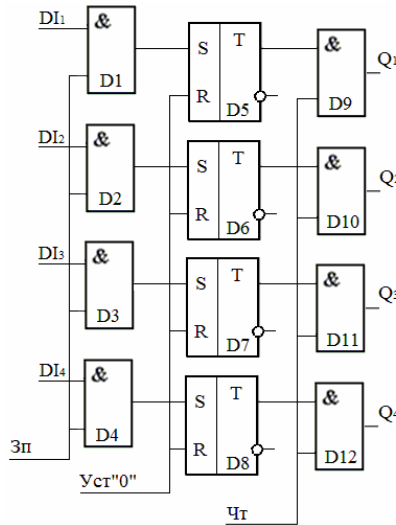


Рис.1. Схема 4-х разрядного параллельного регистра памяти

Из анализа выражений λ-термов видно, что входными для схемы являются сигналы «г», «d_i», «Z», «C». Для выполнения синтеза производится разбор каждого выражения по шагам на основе правил, определенных в разделе 1 статьи.

Шаг 1. Разбираем первый λ-терм, описывающий схему формула (1). Анализируя структуру выражения, в нем можно выделить три части: две части это выражения в скобках $(((d_1(Z \perp) \perp) \perp) (((q_1((r \perp) \perp) \perp) \perp) \perp) \perp)$ и $(C \perp)$, третья часть представлена константой \perp .

Наиболее сложное представление имеет выражение в первой скобке, оно представляет собой сложную функцию, которую для удобства можно обозначить произвольным символом и продолжить ее анализ позднее. Выражение во второй скобке состоит из переменной, обозначающей входной сигнал и константы и в преобразованиях не нуждается.

Шаг 2. Пусть функция

$$f(d_1, Z, q_1, r) = \lambda d_1 Z q_1 r.(((d_1(Z \perp) \perp) \perp) (((q_1((r \perp) \perp) \perp) \perp) \perp) \perp \quad (5)$$

обозначается символом «x₁», тогда λ-терм выходной функции в результате конверсии примет вид

$$Q_1(x_1, C) = \lambda x_1 C. x_1 (C \perp) \perp. \quad (6)$$

Выражение полученного λ -терма совпадает с описанием логического элемента «И», на вход которого подаются сигналы « x_1 » и «С», причем на « x_1 » приходит сигнал с выхода схемы, описанной функцией $f(d_1, Z, q_1, r)$. На этом основании можно сделать вывод о том, что описанный элемент является конъюнктом с двумя входными сигналами « x_1 » и «С» и одним выходным Q_1 (рис. 2).

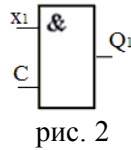


рис. 2

Таким образом, произведен синтез первого элемента схемы, который соответствует элементу D9.

Шаг 3. Рассматриваем функцию, определенную в формуле (5), которая на предыдущем шаге обозначалась « x_1 ». Выражение λ -терма состоит из трех частей, две из которых также описываются сложными выражениями $(d_1(Z \perp) \perp)$ и $((q_1((r \perp) \perp) \perp) \perp)$. Поэтому продолжаем свертку.

Шаг 4. Пусть

$$s_1 = \lambda d_1 Z . d_1 (Z \perp) \perp . \quad (7)$$

В результате конверсии для x_1 получаем функцию от трех переменных

$$x_1 = f(s_1, q_1, r) = \lambda s_1 q_1 r . (s_1 (((q_1 (r \perp) \perp) \perp) \perp) \perp) \perp . \quad (8)$$

Полученный λ -терм имеет сложную структуру и состоит из двух частей. Первая – это выражение в скобках, вторая – константа \perp . Если выражение в скобках определить функцией:

$$f(s_1, q_1, r) = \lambda s_1 q_1 r . s_1 (((q_1 (r \perp) \perp) \perp) \perp) \perp \quad (9)$$

и обозначить y_1 , то в результате конверсии $f(y_1) = \lambda y_1 . y_1 \perp$, что совпадает с описанием логического элемента «НЕ». Выход схемы будет подан на вход x_1 предыдущего элемента схемы. Для удобства синтезированный элемент обозначим D51 (рис.3).

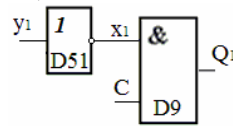


рис. 3

Шаг 5. Производится разбор выражения (9). Этот λ -терм имеет сложную структуру, не сопоставляется ни с одним базовым элементом. Переменные « s_1 » и « $г$ » поступают на вход анализируемой схемы, а на выходе будет формироваться сигнал y_1 .

Проанализировав выражение терма, видно, что оно состоит из трех частей: первая часть – это переменная « s_1 », вторая часть – сложное выра-

жение, и третья – константа. По структуре близко к описанию логического элемента «И», но все еще требуется проведение свертки.

Шаг 6. Рассмотрим вторую часть выражения y_1 . Пусть

$$f(q_1, r) = \lambda q_1 r . (q_1 (r \perp) \perp) \perp \quad (10)$$

и обозначается n_1 , тогда

$$y_1 = \lambda s_1 n_1 . s_1 (n_1 \perp) \perp . \quad (11)$$

Теперь описание y_1 совпадает с описанием логического элемента «И», на вход которого приходят сигналы s_1 и n_1 , а на выходе получается y_1 , обозначим его D52 (рис. 4).

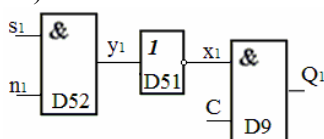


рис. 4

Шаг 7. Элементы «И» (D52) и «НЕ» (D51) соединены последовательно, причем элемент D51 лишь инвертирует выходной сигнал y_1 с элемента D52, поэтому графически их можно объединить в один элемент «И-НЕ» (D53), для которого s_1 и n_1 - входные сигналы, x_1 - выходной (рис.5).

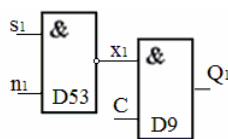


рис. 5

Шаг 8. Производится разбор функции (10), обозначенной на шаге 6 как n_1 . Выражение λ -терма этой функции состоит из двух частей: выражения в скобках и константы \perp .

Пусть

$$m_1 = \lambda q_1 r . q_1 (r \perp) \perp , \quad (12)$$

тогда $f(m_1) = \lambda m_1 . m_1 \perp$. Она совпадает с описанием логического элемента «НЕ», обозначим его D54. Для элемента D54 m_1 входной сигнал, а n_1 – выходной, который поступает на вход элемента D53 (рис. 6).

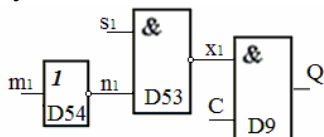


рис. 6

Шаг 9. Анализируя выражение (12), видно, что оно совпадает с описанием логического элемента «И» и имеет 2 входных сигнала « q_1 » и « r » и один выходной « m_1 » (D55) (рис. 7).

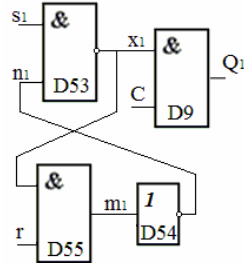


рис. 7

Шаг 10. Элементы «И» (D55) и «НЕ» (D54) соединены последовательно, причем D54 лишь инвертирует выходной сигнал с элемента D55, поэтому их можно объединить в один элемент «И-НЕ» (D56) (рис. 8).

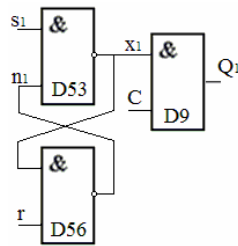


рис. 8

Шаг 11. Элементы D53 и D56 представляют собой схему RS-триггера, их можно изобразить при помощи условно-графического изображением триггера (рис. 9).

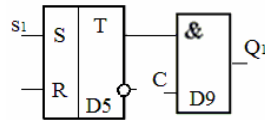


рис. 9

Шаг 12. Последнее выражение, оставшееся без анализа (7). Его описание совпадает с описанием логического элемента «И», на который поступает два входных сигнала «d1» и «Z», выходной «s1», являющийся входом для RS-триггера (рис. 10).

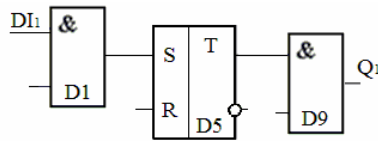


рис. 10

Таким образом, за 12 шагов проанализирован и разобран первый λ -терм, описывающий 4-х разрядный регистр. Остальные λ -термы разбираются аналогично согласно указанного алгоритма. В результате выполнения всех шагов алгоритма произведен синтез принципиальной схемы цифрового устройства.

Заключение

На основе проведенной работы можно сделать вывод о том, что функциональное описание цифровых схем с использованием математического аппарата λ -исчисления наиболее удобно для проведения синтеза структуры цифровых схем и предполагает возможность автоматизации процесса синтеза. А в дальнейшем автоматизация синтеза структуры схемы и определения взаимосвязей между ее элементами согласно предложенного алгоритма может стать основой для автоматического построения принципиальной схемы устройства.

Литература

1. Ярышкина Н. В., Могнонов П. Б. Описание цифровых схем с помощью λ -выражений // Вестник Бурятского государственного университета. Математика, информатика. — 2016. — №3. — С. 72 – 79.
2. Барендрегт Х. Лямбда-исчисление. Его синтаксис и семантика: Пер. с англ. — М.: Мир, 1985. — 606 с.

References

1. Jaryshkina N. V., Mogonov P. B. Opisanie cifrovyyh shem s pomoshh'ju λ -vyrazhenij // Vestnik Burjatskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika, informatika. — 2016. — №3. — S. 72 – 79.
2. Barendregt H. Lambda-ischislenie. Ego sintaksis i semantika: Per. s angl. — M.: Mir, 1985. — 606 s.

Ярышкина Наталья Владимировна, начальник информационного отдела МВД по РБ, e-mail: tигра_26@mail.ru.

Могнонов Пётр Борисович, кандидат технических наук, доцент кафедры «Электронные вычислительные системы» Восточно-Сибирского государственного университета технологий и управления.

Yarishkina Natalia Vladimirovna, a head of the information Department of the Ministry of internal Affairs on RB.

Mogonov Petr Borisovich, candidate of technical sciences, associate professor, of department of Electronic computing systems of East Siberian state university of technologies and management.