

УДК 621.865

doi: 10.18101/2304-5728-2016-4-69-75

© *Е. Р. Урмакишинова, Б. Е. Мархадаев*

### **Динамика антропоморфных демонстрационных роботов**

В статье рассмотрены подходы к решению задач динамики демонстрационных роботов, преимущественно антропоморфных. Особенностью демонстрационных роботов является ориентация на зрительское восприятие при наличии в их составе не слишком сложных механизмов и исполнении чаще всего циклических движений. На примере двухзвенного механизма, представляющего руку робота, приведен расчет частот колебания звеньев. Также представлены общие формулы для расчета колебаний при наличии упругих элементов.

**Ключевые слова:** демонстрационный робот, колебательные свойства, антропоморфный, динамика.

© *E. R. Urmakshinova, B. E. Markhadaev*

### **Dynamics of anthropomorphous demonstration robots**

Approaches for solving tasks of anthropomorphous demonstration robots dynamics are considered. Feature of demonstration robots is orientation to spectator perception and the fact that they consist of simple mechanisms and do most often the cyclic movements. On the example of the two-unit mechanism representing a robot hand calculation of frequencies of oscillations of links is given. The general formulas for calculation in the presence of elastic elements are also provided.

**Keywords:** demonstration robot, oscillatory properties, anthropomorphous, dynamics.

### **Введение**

Понятие «демонстрационные роботы» было введено сравнительно недавно. К демонстрационным роботам относятся механические устройства, подвижные или с подвижными составными частями, с автоматическим управлением, которые не выполняют никаких производственных функций, а демонстрируют или сами себя, или другие объекты. Демонстрационные роботы широко используются в рекламе и также с успехом используются как тренажеры. Новая область применения демонстрационных роботов, больших движущихся фигур, относится к механическому оснащению сцены.

Основными отличительными чертами демонстрационных роботов являются: наличие не слишком сложных механизмов, движение составных частей механизмов, ориентация на зрительное восприятие [1].

Во всех случаях при разработке внешних форм любого демонстрационного робота значительное место обычно принадлежит дизайнерам. С другой стороны, современный демонстрационный робот представляет собой автоматически управляемую систему, часто с совершенным компьютерным устройством управления. Однако есть все основания считать, что все же чаще всего основная проблематика создания демонстрационных роботов заключается в механике, начиная с выбора рациональных кинематических схем, и кончая созданием систем автоматического управления [2].

Так как демонстрационные роботы в подавляющем большинстве представляют собой имитацию человека или животного с активным движением конечностей, позвоночника, необходимо уметь рассчитывать колебательные свойства их звеньев.

Если задавать законы движения звеньев во времени, то формулируется прямая задача динамики. Решение этой задачи дает требуемые законы изменения обобщенных сил (моментов, создаваемых приводами). Динамические погрешности отработки программ, хотя и являются второстепенным фактором, поскольку зрительно не воспринимаются, все же в определенных режимах могут представлять интерес. Для определения динамических погрешностей необходимо решить обратную задачу динамики для механизма с учетом характеристик приводов, интегрируя систему дифференциальных уравнений движения системы.

#### **Исследование динамики антропоморфных демонстрационных роботов**

Уравнения Лагранжа механической системы относительно обобщенных координат в общем виде:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} + Q_i, \quad (1)$$

где  $T$  – кинетическая энергия, выраженная через обобщенные координаты, обобщенные скорости  $\dot{q}_i$ , время  $t$ ,  $\Pi$  – потенциальная энергия, а  $Q_i$  – обобщенные непотенциальные силы.

Обобщенные силы удобно представить в виде сумм

$$Q_i = Q_i^{(1)}(q_i, \dot{q}_i) + Q_i^{(2)}(u_j, q_i, \dot{q}_i), \quad (2)$$

где  $u_j$  – параметр воздействия, задаваемого приводом. Первое слагаемое определяется только свойствами самого механизма, второе – воздействием привода, далее звенья механической системы считаются жесткими телами, однако дополнительно можно ввести в рассмотрение «упругие» степени свободы и при составлении уравнений Лагранжа считать их равноправными.

В качестве иллюстрации методики расчетного определения колебательных свойств конечности демонстрационного робота рассмотрим для

примера двухзвенный шарнирный механизм. Система уравнений Лагранжа записывается в виде одного матрично-векторного уравнения:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = M - \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi}. \quad (3)$$

Здесь  $M = \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix}$  – вектор-столбец управляющих моментов,  $\varphi$  – вектор

столбец межзвенных углов,

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_1} \\ \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_2} \end{bmatrix}.$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{m_1 l_1^2}{3} + m_2 l_1^2 + \frac{m_2 l_2^2}{3} + m_2 l_1 l_2 \cos \varphi_2 & 2 \frac{m_2 l_2^2}{3} + m_2 l_1 l_2 \cos \varphi_2 \\ 2 \frac{m_2 l_2^2}{3} + m_2 l_1 l_2 \cos \varphi_2 & \frac{m_2 l_2^2}{3} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где  $m_1$  – масса первого звена,  $m_2$  – масса второго звена,  $l_1$  – длина первого звена,  $l_2$  – длина второго звена.

$$\Pi = 0,5 m_1 g l_1 \sin \varphi_1 + m_2 g (l_1 \sin \varphi_1 + 0,5 l_2 \sin(\varphi_1 + \varphi_2)). \quad (5)$$

После подстановки получаем систему уравнений

$$\begin{cases} B_{11} \ddot{\varphi}_1 + B_{12} \ddot{\varphi}_2 + B_{13} \dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 + B_{14} \dot{\varphi}_2^2 = B_{10} \\ B_{21} \ddot{\varphi}_1 + B_{22} \ddot{\varphi}_2 + B_{23} \dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 = B_{20} \end{cases}, \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} B_{11} &= A_{11}, \quad B_{12} = B_{21} = 2 A_{12}, \quad B_{13} = m_2 l_1 l_2 \sin \varphi_2, \\ B_{14} &= B_{23} = -0,5 m_2 l_1 l_2 \sin \varphi_2, \\ B_{10} &= M_1 - 0,5 m_1 g l_1 \cos \varphi_1 - m_2 g l_1 \cos \varphi_1 - 0,5 m_2 g l_2 \cos(\varphi_1 + \varphi_2), \\ B_{22} &= \frac{1}{3} m_2 l_2^2, \\ B_{20} &= M_2 - 0,5 m_2 g l_2 \cos(\varphi_1 + \varphi_2). \end{aligned} \quad (7)$$

Так как закон движения звеньев известен, то, подставив выражения для  $\varphi_1(t)$  и  $\varphi_2(t)$ : в систему уравнений (6), получим требуемые обобщенные моменты  $M_1$  и  $M_2$ .

Исследуем далее частоты колебаний звеньев [3]. Для этого представим углы в следующем виде:

$$\begin{cases} \varphi_1 = \varphi_{10}(t) + \psi_1(t), \\ \varphi_2 = \varphi_{20}(t) + \psi_2(t), \end{cases} \quad (8)$$

где  $\varphi_{10}(t)$  и  $\varphi_{20}(t)$  – номинальные значения углов  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ , а  $\psi_1(t)$  и  $\psi_2(t)$  – их упругие составляющие.

Тогда уравнение для потенциальной энергии примет вид:

$$\Pi = \Pi_1 + \frac{1}{2}c_1\psi_1^2 + \frac{1}{2}c_2\psi_2^2, \quad (9)$$

где  $\Pi_1$  – первоначальное значение потенциальной энергии, когда учитывалась только сила тяжести,  $c_1, c_2$  – угловые жесткости шарниров при заторможенных приводах.

Учитывая, что в этом случае  $|\psi_i| \ll |\varphi_i|$  и из уравнений (6) получим линейризованное матричное дифференциальное уравнение:

$$B\ddot{\psi} + C\dot{\psi} = B_0, \quad (10)$$

где

$$B = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_2 \end{bmatrix}, \psi = \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{bmatrix}, B_0 = \begin{bmatrix} B_{10} \\ B_{20} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Здесь в коэффициентах  $B_{ij}$  вместо значений  $\varphi_1, \varphi_2$  взяты их средние (номинальные) значения  $\varphi_{10}, \varphi_{20}$ .

Известно, что общее решение соответствующего однородного уравнения имеет вид:

$$\psi = P \cos \omega t = \begin{bmatrix} P_1 \\ P \end{bmatrix} \cos \omega t, \quad (12)$$

а общее решение исходного матричного уравнения будет иметь вид:

$$\psi = P \cos \omega t + R = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} \cos \omega t + \begin{bmatrix} \frac{B_{10}}{c_1} \\ \frac{B_{20}}{c_2} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

где  $R$  – частное решение уравнения (10).

Из условия существования нетривиального решения получаем частотное уравнение в общем виде

$$\begin{bmatrix} -B_{11}\omega^2 + c_1 & -B_{12}\omega^2 \\ -B_{21}\omega^2 & -B_{22}\omega^2 + c_2 \end{bmatrix} = 0. \quad (14)$$

После раскрытия получаем биквадратное уравнение вида:

$$a\omega^4 + b\omega^2 + c = 0,$$

где в данном случае  $a = B_{11}B_{22} - B_{12}^2$ ,  $b = c_1B_{22} + c_2B_{11}$ ,  $c = c_1c_2$ .

Отсюда

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{c_1B_{22} + c_2B_{11} \pm \sqrt{(c_1B_{22} - c_2B_{11})^2 + 4c_1c_2B_{12}^2}}{2(B_{11}B_{22} - B_{12}^2)}. \quad (15)$$

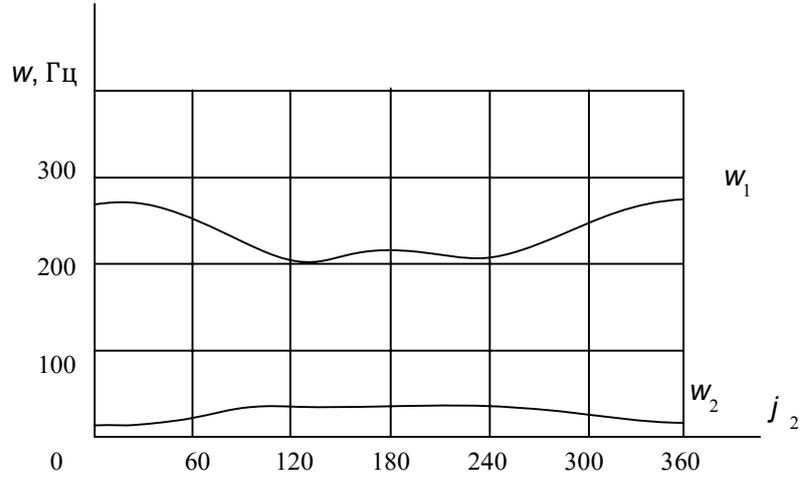


Рис. 1

Именно эти собственные частоты являются определяющими при выборе параметров системы.

Амплитуды колебаний находим из начальных условий  $\psi = 0, P = R$ .

Очевидно, что частота колебаний  $\omega$  зависит от конфигурации рассматриваемого двухзвенника. На рис. 1 приведен график изменения частоты  $\omega$  от межзвенного угла  $\varphi_2$ , при этом  $m_1 = 2$  кг,  $m_2 = 1,5$  кг,  $l_1 = 0,5$  м,  $l_2 = ,4$  м,  $c_1 = 200$  кг·м/рад,  $c_2 = 150$  кг·м/рад.

На рисунке 2 приведены амплитуды колебаний для этого же механизма, если закон движения задается в виде:

$$\begin{cases} \varphi_1(t) = \omega_0 t \\ \varphi_2(t) = 3\omega_0 t \end{cases} \quad (16)$$

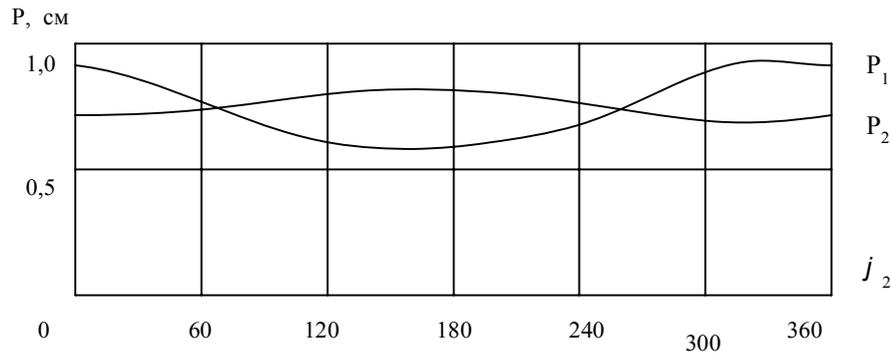


Рис. 2

То есть первое звено вращается равномерно, а второе звено по отношению к нему вращается в три раза быстрее, в этом случае траектория конца второго звена описывает эпициклоиду. Подставив соотношения (16) в (10) получим

$$\begin{cases} P_1 = \frac{3\omega^2}{c_1}(B_{12} + 3B_{14}), \\ P_2 = \frac{3\omega^2}{c_2} B_{23}. \end{cases}$$

Уравнения приводов записываются по-разному в зависимости от того, какие приводы используются. Для неуправляемого реверсивного линейного привода обычно в первом приближении записывается уравнение вида

$$T_j \frac{d^2 u_j}{dt^2} + \frac{du_j}{dt} = r_j v_j(t) - F_j(Q_i), \quad (17)$$

где  $v_i(t)$  – кусочно-постоянная функция включения и выключения, принимающая значения 0, +1 или -1, а  $T_j$  – постоянная времени привода. Второе слагаемое в правой части характеризует реактивное воздействие механизма на привод. Для следящего привода в первом приближении записывается иное уравнение

$$T_j \frac{d^2 u_j}{dt^2} + \frac{du_j}{dt} = r_j [u_j(t) - s_j(t)] - F_j(Q_i), \quad (18)$$

где  $s_j(t)$  – программа по переменной  $u_j$ . Для комплектных приводов типовой является программа линейных законов разгона и торможения с задаваемыми значениями ускорений, а между ними – движения с заданной скоростью.

В случае необходимости в модели может быть учтена упругость элементов конструкций, причем для рассматриваемых задач достаточно учитывать только сосредоточенные упругости в кинематических парах.

Для задач динамики демонстрационных роботов влияние характеристик приводов при контурном управлении практически сводится к сглаживанию возможных скачков программных функций и к запаздыванию, причем запаздывание для различных обобщенных координат может быть существенно различным. Поскольку в самой программе движения обычно предусматривается запаздывание одних звеньев относительно других, то очевидно, что учет динамики в таком плане, не меняя общего характера движения, лишь изменяет параметры.

### Заключение

Сформулированы, формализованы и решены для типовых структурных схем антропоморфных демонстрационных роботов задачи динамики. Динамика механизмов в обобщенных координатах представляется в форме уравнений Лагранжа второго рода, динамика приводов, неуправляемых или управляемых, задается линейными уравнениями первого порядка. Для некоторых простых механизмов учитываются сосредоточенные упругости в кинематических парах.

Определены критерии и факторы, которые нужно учитывать при выборе приводов, режимов их работы и при программировании их движе-

ний. Сформулированы критерии для динамических режимов упругих колебаний механизма антропоморфного демонстрационного робота при учете упругости элементов, определены подходы для исследования колебаний, возникающих во время движения и после остановки.

### Литература

1. Челпанов И. Б., Урмакшинова Е. Р., Никифоров С. О., Бальжанов Д. Ц. Принципы реализации приводных устройств демонстрационных роботов // Матер. II междунар. конф. «Проблемы механики современных машин». — Улан-Удэ: Изд-во ВСГТУ, 2003. — Ч. 3. — С. 45 – 50.
2. Мархадаев Б. Е., Никифоров С. О., Челпанов И. Б. Змееподобные демонстрационные роботы для представлений и шествий // Матер. VI междунар. конф. «Проблемы механики современных машин». — Улан-Удэ. Изд-во ВСГУТУ, 2015. — Т. 3. — С. 39 – 44.
3. Мархадаев Б. Е., Никифоров С. О. Модульное структурное проектирование безреверсных манипуляторов // Вестник машиностроения. — 2013. — № 07. — С. 41 – 47.

### References

1. Chelpanov I. B., Urmakshinova E. R., Nikiforov S. O., Bal'zhanov D. C. Principy realizacii privodnyh ustrojstv demonstracionnyh robotov // Mater. II mezhdun. konf. «Problemy mehaniki sovremennyh mashin». — Ulan-Udje: Izd-vo VSGTU, 2003. — Ch. 3. — S. 45 – 50.
2. Marhadaev B. E., Nikiforov S. O., Chelpanov I. B. Zmeepodobnye demonstracionnye roboty dlja predstavlenij i shestvij // Mater. VI mezhdun. konf. «Problemy mehaniki sovremennyh mashin». — Ulan-Udje. Izd-vo VSGUTU, 2015. — T. 3. — S. 39 – 44.
3. Marhadaev B. E., Nikiforov S. O. Modul'noe strukturnoe proektirovanie bezreversnyh manipulyatorov // Vestnik mashinostroenija. — 2013. — № 07. — S. 41 – 47.

*Урмакшинова Елена Рониславовна*, кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой вычислительной техники и информатики, Бурятский государственный университет, e-mail: helurm@mail.ru.

*Мархадаев Баир Ендонович*, кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Институт физического материаловедения Сибирского Отделения Российской академии наук (ИФМ СО РАН), e-mail: bmarkh@ipms.bsnet.ru.

*Urmakshinova Elena Ronislavovna*, PhD in engineering science, Head of Department of Computer Science and Informatics, Buryat State University, e-mail: helurm@mail.ru.

*Markhadaev Bair Endonovich*, PhD in engineering science, senior researcher, Institute of Physical Material Sciences SB RAS, e-mail: bmarkh@ipms.bsnet.ru.