УДК 517.977
doi: 10.18101/2304-5728-2017-1-55-65

МЕТОД ПОИСКА ПРИБЛИЖЕННО-ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ [1]

© Дрыганова Екатерина Вячеславовна
инженер-программист
Научно-образовательный центр системных исследований
и автоматизации
Бурятский государственный университет
Россия, 670000, Улан-Удэ, ул. Смолина, 24а
E-mail: dev8@mail.ru

Рассматривается проекционный метод нелокального улучшения управляющих параметров в классе нелинейных задач оптимального управления дискретными системами. Эффективность метода иллюстрируется на дискретных аналогах непрерывных тестовых задач.

Ключевые слова: проекционный метод, нелокальное улучшение, дискретная система.

Введение

В работах [1,2] для нелинейных непрерывных задач оптимального управления построены методы нелокального улучшения управляющих функций, основанные на точных формулах приращения целевых функционалов. Нелокальное улучшение обеспечивается решением специальных краевых задач в пространстве фазовых и сопряженных переменных, либо специальных задач о неподвижной точке определяемых операторов в пространстве управлений. При этом в качестве объекта для разработки методов нелокального улучшения рассматривается непрерывная задача оптимального управления, которая имеет следующий общий вид:

$$\Phi(u) = \varphi(x(t_1)) + \int_{t_0}^{t_1} F(t, x(t), u(t))dt \to \min,$$

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t), u(t)),\ x(t_0) = x_0,$$

$$u(t) \in U \subset R^m, t \in T = [t_0, t_1],$$

где $x(t) = (x_1(t), ..., x_n(t))$ – вектор состояния, $u(t) = (u_1(t), ..., u_m(t))$ – вектор управления. Начальное состояние x_0 и отрезок T заданы. В качестве допустимых управлений рассматривается класс V кусочно-непрерывных на T функций со значениями в выпуклом множестве U.

В задаче:

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект 15-01-03680-а

1) функция $\varphi(x)$ непрерывно-дифференцируема в R^n, функции $F(x,u,t)$, $f(x,u,t)$ и их производные по x,u непрерывны по совокупности аргументов (x,u,t) на множестве $R^n \times U \times T$.

2) функция $f(x,u,t)$ удовлетворяет условию Липшица по x на $R^n \times U \times T$ с константой $L > 0$: $\|f(x,u,t) - f(y,u,t)\| \le L\|x - y\|\ \forall x, y \in R^n$.

В данной работе разрабатывается модификация указанных методов применительно к дискретным управляемым системам.

1. Постановка задачи

Рассматривается дискретная задача оптимального управления:

$$\Phi(u) = \varphi(x(t_N)) + \sum_{i=0}^{N-1} F(t_i, x(t_i), u(t_i)) \to \min, \tag{1}$$

$$x(t_{i+1}) = f(t_i, x(t_i), u(t_i)),\ x(t_0) = x_0, \tag{2}$$

$$u(t_i) \in U \subset R^m,\ t_i \in T,\ i = \overline{0, N-1}, \tag{3}$$

где $x(t_i) = (x_1(t_i), ..., x_n(t_i))$ – вектор состояния системы, $u(t_i) = (u_1(t_i), ..., u_m(t_i))$ – вектор управления, $t_i \in T = \{t_0, t_1, ..t_{N-1}, t_N\}$; моменты t_0, t_N и состояние x_0 заданы.

Обозначим $x(t_i, v)$, $t_i \in T$ – решение системы (2) при $u = v$.

Поставим задачу улучшения заданного допустимого управления u: найти допустимое управление v с условием $\Phi(v) \le \Phi(u)$.

Определим необходимые конструкции для задачи (1)–(3). Введем сопряженную переменную $\psi \in R^n$ и рассмотрим функцию Понтрягина

$$H(t_i, \psi, x, u) = \langle \psi, f(t_i, x, u) \rangle - F(t_i, x, u)$$

Для допустимого управления $u \in U$ обозначим через $\psi(t_i, u), t_i \in T$ – решение стандартной сопряженной системы

$$\psi(t_i) = H_x(t_i, \psi(t_{i+1}), x(t_i, u), u(t_i)),\ i = \overline{0, N-1}, \quad \psi(t_N) = -\varphi_x(x(t_N)).$$

В соответствии с [3] рассмотрим дискретно-алгебраическую сопряженную систему:

$$p(t_i) = H_x(t_i, p(t_{i+1}), x(t_i, u), u(t_i)) + r(t_i), \quad p(t_N) = -\varphi_x(x(t_N, u)) - q, \tag{4}$$

$$\begin{aligned} &H(t_i, p(t_{i+1}), x(t_i, v), u(t_i)) - H(t_i, p(t_{i+1}), x(t_i, u), u(t_i)) = \\ &= \langle H_x(t_i, p(t_{i+1}), x(t_i, u), u(t_i)), \Delta x(t_i) \rangle + \langle r(t_i), \Delta x(t_i) \rangle, \end{aligned} \tag{5}$$

$$\varphi(x(t_N, v)) - \varphi(x(t_N, u)) = \langle \varphi_x(x(t_N, u)), \Delta x(t_N) \rangle + \langle q, \Delta x(t_N) \rangle, \tag{6}$$

где $\Delta x(t_i) = x(t_i, v) - x(t_i, u)$, $\Delta x(t_N) = x(t_N, v) - x(t_N, u)$, величины $r(t_i), q$ определяются из условий (5), (6).

Обозначим через $p(t_i,u,v)$, $t_i \in T$ – решение дискретно-алгебраической сопряженной системы (4)–(6). Заметим, что $p(t_i,u,u) = \psi(t_i,u)$, $t_i \in T$.

Такая модификация сопряженной системы позволяет получить формулу приращения функционала в задаче (1)–(3), которая не содержит остаточных членов разложения и имеет вид:

$$\Phi(v) - \Phi(u) = -\sum_{i=0}^{N-1} (H(t_i, p(t_{i+1},u,v), x(t_i), v(t_i)) - H(t_i, p(t_{i+1},u,v), x(t_i), u(t_i))),$$

где $\Delta u(t_i) = v(t_i) - u(t_i)$.

Идея метода нелокального улучшения состоит в построении приращения функции Понтрягина по управлению в форме разложения

$$H(t_i, p(t_{i+1},u,v), x(t_i), v(t_i)) - H(t_i, p(t_{i+1},u,v), x(t_i), u(t_i)) =$$
$$= \langle H_u(t_i, p(t_{i+1},u,v), x(t_i), u(t_i)) + d(t_i), \Delta u(t_i) \rangle$$

с некоторой функцией $d(t_i), t_i \in T.$ Тогда формула приращения функционала принимает вид

$$\Phi(v) - \Phi(u) = -\sum_{i=0}^{N-1} \langle H_u(t_i, p(t_{i+1},u,v), x(t_i), u(t_i)) + d(t_i), \Delta u(t_i) \rangle.$$

Отметим, что в линейном по управлению случае $d(t_i) = 0, t_i \in T.$

2. Метод улучшения

Рассмотрим дискретно-алгебраическую систему

$$x(t_{i+1}) = f(t_i, x(t_i), \bar{u}(t_i)), \; x(t_0) = x_0, \tag{7}$$

$$p(t_i) = H_x(t_i, p(t_{i+1}), x(t_i,u), u(t_i)) + r(t_i), \quad p(t_N) = -\varphi_x(x(t_N,u)) - q, \tag{8}$$

$$\begin{aligned} &H(t_i, p(t_{i+1}), x(t_i), u(t_i)) - H(t_i, p(t_{i+1}), x(t_i,u), u(t_i)) = \\ &= \langle H_x(t_i, p(t_{i+1}), x(t_i,u), u(t_i)), \Delta x(t_i) \rangle + \langle r(t_i), \Delta x(t_i) \rangle, \end{aligned} \tag{9}$$

$$\varphi(x(t_N)) - \varphi(x(t_N,u)) = \langle \varphi_x(x(t_N,u)), \Delta x(t_N) \rangle + \langle q, \Delta x(t_N) \rangle, \tag{10}$$

$$\begin{aligned} &H(t_i, p(t_{i+1}), x(t_i), \bar{u}(t_i)) - H(t_i, p(t_{i+1}), x(t_i), u(t_i)) = \\ &= \langle H_u(t_i, p(t_{i+1}), x(t_i), u(t_i)), \Delta\bar{u}(t_i) \rangle + \langle d(t_i), \Delta\bar{u}(t_i) \rangle, \end{aligned} \tag{11}$$

в которой

$$\Delta\bar{u}(t_i) = \bar{u}(t_i) - u(t_i),$$

$$\bar{u}(t_i) = P_U(u(t_i) + \alpha(H_u(t_i, p(t_{i+1}), x(t_i), u(t_i)) + d(t_i))), \; t_i \in T, \tag{12}$$

где P_U – оператор проектирования на множество U в евклидовой норме, величина $d(t_i)$ в каждый момент времени $t_i \in T$ определяется из алгебраического соотношения (11).

Предположим, что краевая задача (7)–(12) разрешима с некоторой функцией $d(t_i), t_i \in T$ и $(x(t_i), p(t_i))$, $t_i \in T$ – соответствующее решение. Сформируем выходное управление по правилу (12)

$$v(t_i) = \bar{u}(t_i), \quad t_i \in T.$$

В [3] показано, что рассматриваемый проекционный метод нелокального улучшения для заданного $u \in U$ обеспечивает улучшение с оценкой

$$\Phi(v) - \Phi(u) \le -\frac{1}{\alpha} \sum_{i=0}^{N-1} \left\| (v(t_i)) - u(t_i) \right\|^2 .$$

В соответствии с [1,2] краевая задача (7)-(12) является эквивалентной задаче о неподвижной точке

$$v(t_i) = P_U(u(t_i) + \alpha(H_u(t_i, p(t_{i+1}, u, v), x(t_i, v), u(t_i)) + d(t_i))),\ t_i \in T,$$
$$H(t_i, p(t_{i+1}, u, v), x(t_i, v), v(t_i)) - H(t_i, p(t_{i+1}, u, v), x(t_i, v), u(t_i)) =$$
$$= \left\langle H_u(t_i, p(t_{i+1}, u, v), x(t_i, v), u(t_i)), \Delta v(t_i) \right\rangle + \left\langle d(t_i), \Delta v(t_i) \right\rangle,$$
$$\Delta v(t_i) = v(t_i) - u(t_i).$$

Для реализации этой задачи используется метод простых итераций при $k \ge 0$:

$$v^{k+1}(t_i) = P_U(u(t_i) + \alpha(H_u(t_i, p(t_{i+1}, u, v^k), x(t_i, v^k), u(t_i)) + d^k(t_i))),$$
$$H(t_i, p(t_{i+1}, u, v^k), x(t_i, v^k), v^k(t_i)) - H(t_i, p(t_{i+1}, u, v^k), x(t_i, v^k), u(t_i)) =$$
$$= \left\langle H_u(t_i, p(t_{i+1}, u, v^k), x(t_i, v^k), u(t_i)), \Delta v^k(t_i) \right\rangle + \left\langle d^k(t_i), \Delta v^k(t_i) \right\rangle, \quad t_i \in T.$$

Метод оптимизации заключается в решении последовательности задач улучшения управления. Расчет задач улучшения проводится до выполнения критерия $\left|\Phi(v^{l+1}) - \Phi(v^l)\right| \le \varepsilon \left|\Phi(v^l)\right|$, где $\varepsilon > 0$ – заданная точность расчета; v^l, $l \ge 0$ – последовательность улучшающихся управлений с заданным начальным управлением $v^0 = u$.

3. Вычислительный эксперимент

Пример 1. В качестве иллюстрации работы метода рассмотрим следующий пример [4]

$$\Phi(u) = -x_2(2) \to \min,$$
$$x_1(t+1) = x_1(t) + 2u(t),\ x_1(0) = 3,$$
$$x_2(t+1) = -x_1^2(t) + x_2(t) + u^2(t), x_2(0) = 0,$$
$$u(t) \in U = [-5, 5], \quad t \in \{0, 1, 2\}.$$

Имеем

$$H(p, x, u, t) = p_1(t+1)(x_1(t) + 2u(t)) + p_2(t+1)(-x_1^2(t) + x_2(t) + u^2(t)),$$
$$p_1(t) = p_1(\mathrm{t}+1) - 2p_2(\mathrm{t}+1)x_1(\mathrm{t}) + r_1(t_i),\ p_1(2) = 0,$$
$$p_2(t) = p_2(\mathrm{t}+1) + r_2(t),\ p_2(2) = 1.$$

Уравнение на $r(t)$

$$p_1(t+1)\Delta x_1(t) + p_2(t+1)(-x_1^2(t) + (x_1(t,u))^2 + \Delta x_2(t)) =$$
$$= (p_1(t+1) - 2p_2(t+1)x_1(t,u))\Delta x_1(t) + p_2(t+1)\Delta x_2(t) +$$
$$+ r_1(t)\Delta x_1(t) + r_2(t)\Delta x_2(t)$$

после упрощения принимает вид
$$-(\Delta x_1(t))^2 p_2(t+1) = r_1(t)\Delta x_1(t) + r_2(t)\Delta x_2(t).$$
Уравнение на $d(t)$ имеет вид
$$2p_1(t+1)\Delta\overline{u}(t) + p_2(t+1)(\overline{u}^2(t) - (u^2(t))) =$$
$$= (2p_1(t+1) + 2p_2(t+1)u(t))\Delta\overline{u} + d(t)\Delta\overline{u}.$$
После упрощения окончательно получаем
$$d(t) = \Delta\overline{u}(t)p_2(t+1).$$
Таким образом, для заданного управления $u(t)$ соотношение (12) с параметром $\alpha > 0$ принимает форму
$$\overline{u}(t) = P_U(u(t) + \alpha(2p_1(t+1) + 2p_2(t+1)u(t) + \Delta\overline{u}(t)p_2(t+1))).$$
Итерационный процесс при $k \ge 0$ имеет вид
$$v^{k+1}(t) = P_U(u(t) + \alpha(2p_1^k(t+1) + 2p_2^k(t+1)u(t) + (v^k(t) - u(t))p_2^k(t+1))),$$
где обозначено $p^k(t_i) = p(t_i, u, v^k)$, $x^k(t_i) = x(t_i, v^k)$.

Расчетное значение $\tilde{v} \approx (-2,5)$ было получено для различных входных управлений u и параметрах α. Результаты расчетов отражены в таблицах 1 и 2 (u- начальное значение управления, $\Phi(\tilde{v})$ - расчетное значение функционала).

u	$\Phi(\tilde{v})$
-5.0	-19.0
1.0	-19.0
5.0	-19.0

Таблица 1. $\alpha = 0.12$

	$\Phi(\tilde{v})$
$\alpha = 0.1$	-19.0
$\alpha = 0.2$	-19.0
$\alpha = 0.3$	-19.0

Таблица 2. $u \equiv 5.0$

Пример 2. Рассматривается задача стабилизации положения вала электродвигателя при минимальных энергозатратах [1]:
$$\Phi(u) = x_3(0.05) \to \inf,$$
$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = -ax_2 - b[u_1\sin(2x_1) + u_2\sin(2x_1 + \frac{2\pi}{3}) + u_3\sin(2x_1 - \frac{2\pi}{3})],$$
$$\dot{x}_3 = x_1^2 + c(u_1 + u_2 + u_3), x_1(0) = \frac{\pi}{3}, x_2(0) = 0, x_3(0) = 0,$$
$$u_i(t) \in [0,16], t \in [0,0.05], i = \overline{1,3},$$

где x_1 – положение вала двигателя, x_2 – его скорость; вектор управления характеризует квадраты токов в обмотках; $a = 50, b = 1000, c = 0.001$. В шаговом электродвигателе импульсы тока, подаваемого в обмотки возбуждения статора, преобразуются в угловые перемещения ротора.

Для поиска приближенно-оптимального управления построим дискретный вариант задачи на сетке с фиксированным шагом Δt :

$$\Phi(u) = x_3(0.05) \to \inf,$$

$$x_1(t_{i+1}) = x_1(t_i) + x_2(t_i)\Delta t,$$

$$x_2(t_{i+1}) = x_2(t_i) + (-ax_2(t_i) - b[u_1 \sin(2x_1(t_i)) + u_2 \sin(2x_1(t_i) + \frac{2\pi}{3}) +$$

$$+u_3 \sin(2x_1(t_i) - \frac{2\pi}{3})])\Delta t,$$

$$x_3(t_{i+1}) = x_3(t_i) + ((x_1(t_i))^2 + c(u_1(t_i) + u_2(t_i) + u_3(t_i)))\Delta t,$$

$$x_1(0) = \frac{\pi}{3}, x_2(0) = 0, x_3(0) = 0,$$

$$u_j(t_i) \in [0,16], t_i \in [0, 0.05], j = \overline{1,3}.$$

В данной задаче функция Понтрягина

$$H(p,x,u,t) = p_1(x_1 + x_2\Delta t) + p_2(x_2 + (-ax_2 - b[u_1 \sin(2x_1) +$$

$$+u_2 \sin(2x_1 + \frac{2\pi}{3}) + u_3 \sin(2x_1 - \frac{2\pi}{3})])\Delta t) + p_3(x_3 + (x_1^{\ 2} + c(u_1 + u_2 + u_3))\Delta t).$$

Образуем сопряженные уравнения вида (8)

$$p_1(t_i) = p_1(t_{i+1}) - p_2(t_{i+1})b[2u_1(t_i)\cos(2x_1(t_i) + 2u_2(t_i)\cos(2x_1(t_i) + \frac{2\pi}{3}) +$$

$$+2u_3(t_i)\cos(2x_1(t_i) - \frac{2\pi}{3})]\Delta t + 2p_3 x_1(t_i)\Delta t + r_1(t_i),\ p_1(0.05) = 0,$$

$$p_2(t_i) = p_2(t_{i+1}) + (p_1(t_{i+1}) - p_2(t_{i+1})a)\Delta t + r_2(t_i),\ p_2(0.05) = 0,$$

$$p_3(t_i) = p_3(t_{i+1}) + r_3(t_i),\ p_3(0.05) = -1.$$

Имеем

$$H(t_i, p(t_{i+1}), x(t_i), u(t_i)) - H(t_i, p(t_{i+1}), x(t_i,u), u(t_i)) =$$

$$= p_1(t_{i+1})(\Delta x_1(t_i) + \Delta x_2(t_i)\Delta t) + p_2(t_{i+1})(\Delta x_2(t_i) + (-a\Delta x_2(t_i) -$$

$$-bu_1(t_i)(\sin(2x_1(t_i)) - \sin(2x_1(t_i,u)) +$$

$$+u_2(t_i)(\sin(2x_1(t_i) + \frac{2\pi}{3}) - \sin(2x_1(t_i,u) + \frac{2\pi}{3})) +$$

$$+u_3(t_i)(\sin(2x_1(t_i) - \frac{2\pi}{3}) - \sin(2x_1(t_i,u) - \frac{2\pi}{3})))\Delta t) +$$

$$+p_3(t_{i+1})(\Delta x_3(t_i) + (x_1^2(t_i) - x_1^2(t_i,u))\Delta t),$$

$$H_x(t_i, p(t_{i+1}), x(t_i,u), u(t_i)) = (p_1(t_{i+1}) - p_2(t_{i+1})b[2u_1(t_i)\cos(2x_1(t_i,u)) +$$

$$+2u_2(t_i)\cos(2x_1(t_i,u) + \frac{2\pi}{3}) +$$

$$+2u_3(t_i)\cos(2x_1(t_i,u) - \frac{2\pi}{3})]\Delta t + 2p_3(t_{i+1})x_1(t_i,u)\Delta t,$$

$$p_2(t_{i+1}) + (p_1(t_{i+1}) - p_2(t_{i+1})a)\Delta t,\ p_3(t_{i+1}))^T.$$

Отсюда получаем уравнение на $r(t_i)$ вида (9)

$$\xi_1(t_i, p(t_{i+1}), x(t_i)) + \sum_{j=1}^{3} r_j(t_i)\Delta x_j(t_i) = \xi_2(t_i, p(t_{i+1}), x(t_i)),$$

$$\xi_1(t_i, p(t_{i+1}), x(t_i)) = (-p_2(t_{i+1})b[2u_1(t_i)\cos(2x_1(t_i,u)) +$$

$$+2u_2(t_i)\cos(2x_1(t_i,u) + \frac{2\pi}{3}) +$$

$$+2u_3(t_i)\cos(2x_1(t_i,u) - \frac{2\pi}{3})]\Delta t + 2p_3(t_{i+1})x_1(t_i,u)\Delta t)\Delta x_1(t_i),$$

$$\xi_2(t_i, p(t_{i+1}), x(t_i)) = -bp_2(t_{i+1})(u_1(t_i)(\sin(2x_1(t_i)) - \sin(2x_1(t_i,u))) +$$

$$+u_2(t_i)(\sin(2x_1(t_i) + \frac{2\pi}{3}) - \sin(2x_1(t_i,u) + \frac{2\pi}{3})) + u_3(t_i)(\sin(2x_1(t_i) - \frac{2\pi}{3}) -$$

$$-\sin(2x_1(t_i,u) - \frac{2\pi}{3})))\Delta t) +$$

$$+p_3(t_{i+1})(x_1^2(t_i) - x_1^2(t_i,u))\Delta t.$$

Итерационный процесс имеет вид

$$v_1^{k+1}(t_i) = P_U(u_1(t_i) + \alpha(-bp_2^k(t_{i+1})\sin(2x_1^k(t_i)) + cp_3^k(t_{i+1}))\Delta t),$$

$$v_2^{k+1}(t_i) = P_U(u_2(t_i) + \alpha(-bp_2^k(t_{i+1})\sin(2x_1^k(t_i) + \frac{2\pi}{3}) + cp_3^k(t_{i+1}))\Delta t),$$

$$v_3^{k+1}(t_i) = P_U(u_3(t_i) + \alpha(-bp_2^k(t_{i+1})\sin(2x_1^k(t_i) - \frac{2\pi}{3}) + cp_3^k(t_{i+1}))\Delta t),$$

где $\alpha > 0$, $t_i \in [0, 0.05]$, $p^k(t_i) = p(t_i, u, v^k)$, $x^k(t_i) = x(t_i, v^k)$.

Были проведены расчеты с заданной точностью $\varepsilon = 10^{-5}$ для различных входных управлений u при различных шагах дискретизации Δt и параметре α. Результаты расчетов отражены в таблицах 1–3 (u – начальное управление, $\Phi(\tilde{v})$ – расчетное значение функционала) и рисунках 1 – 10.

Δt	$\Phi(\tilde{v})$
10^{-2}	0.0221132
10^{-3}	0.00890016
10^{-4}	0.00852897
10^{-5}	0.00780658

Таблица 1. $u \equiv 5.0, \alpha = 150$

При уменьшении шага дискретизации результирующие значения целевого функционала приближаются к оптимальному расчетному значению непрерывной задачи $\Phi(u^*) = 0.00779$ и при $\Delta t < 10^{-5}$ функционал перестает существенно меняться.

На рисунках 1 – 10 представлены графики расчетного оптимального режима при различных шагах дискретизации.

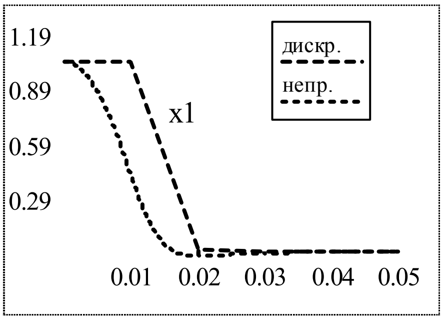

Рис. 1. $\Delta t = 10^{-2}$

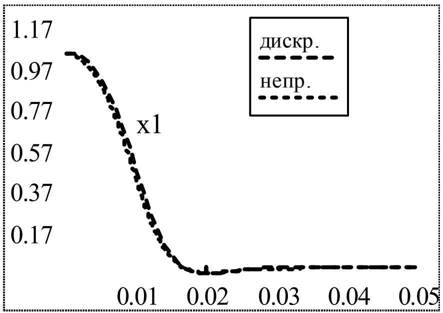

Рис. 2. $\Delta t = 10^{-3}$

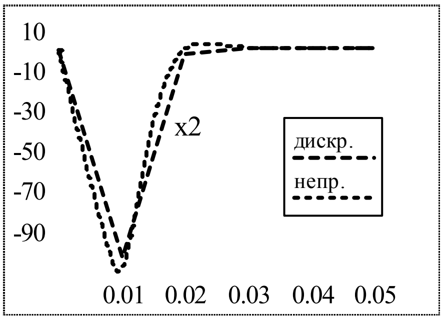

Рис. 3. $\Delta t = 10^{-2}$

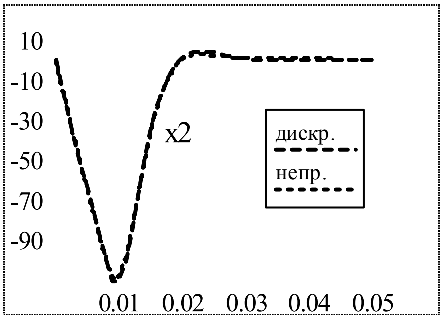

Рис. 4. $\Delta t = 10^{-3}$

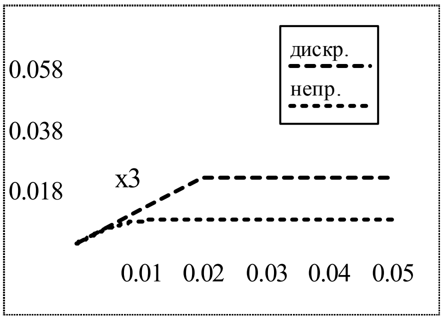

Рис. 5. $\Delta t = 10^{-2}$

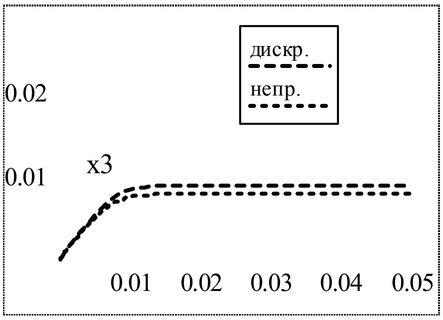

Рис. 6. $\Delta t = 10^{-3}$

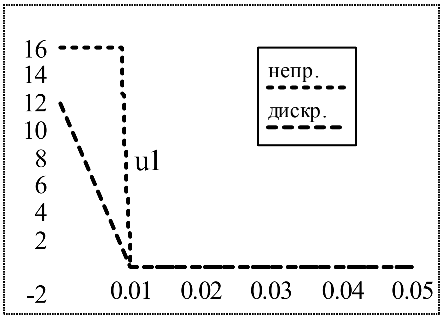

Рис. 7. $\Delta t = 10^{-2}$

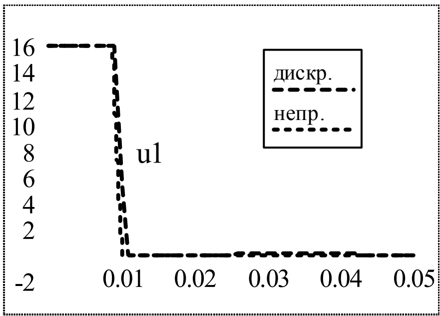

Рис. 8. $\Delta t = 10^{-3}$

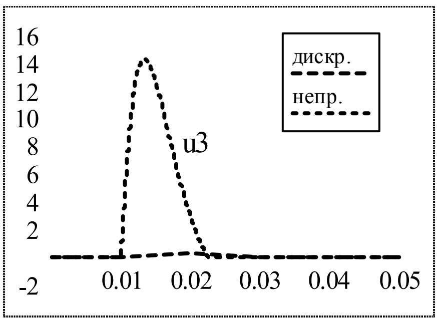

Рис. 9. $\Delta t = 10^{-2}$

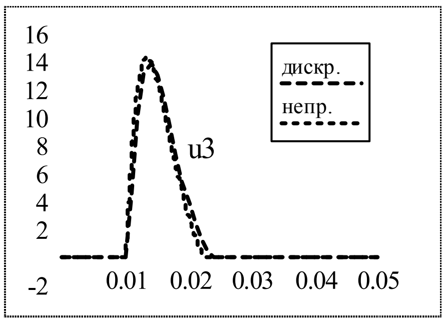

Рис. 10. $\Delta t = 10^{-3}$

При $\Delta t \leq 10^{-4}$ решение непрерывной задачи практически совпадает с решением исходной дискретной.

u	$\Phi(\tilde{v})$
0.0	0.00816609
5.0	0.00852897
10	0.00828869

Таблица 2. $\Delta t = 10^{-4}, \alpha = 150$

Из таблицы 2 видно, что проекционный метод нелокального улучшения обладает достаточно широкой областью сходимости. При различных значениях начального управления получено приближенно одно и то же значение функционала.

	$\Phi(\tilde{v})$
$\alpha = 10$	0.0091456
$\alpha = 10^2$	0.0089785
$\alpha = 150$	0.00886985

Таблица 3. $\Delta t = 10^{-4}, u \equiv 5.0$

В таблице 3 приводятся результаты, полученные рассматриваемым методом при различных значениях параметра α. При дальнейшем уменьшении параметра $\alpha < 10$ падает точность расчета значения функционала. При $\alpha > 150$ метод не сходится.

Заключение

В данной работе рассматривается метод нелокального улучшения для дискретных управляемых задач на основе операции проектирования на множество допустимых значений управления. Характерными особенностями метода являются:

1) отсутствие процедуры параметрического поиска улучшающего управления в окрестности улучшаемого управления в отличие от градиентных методов;

2) сходимость метода регулируется выбором одного проекционного параметра $\alpha > 0$;

3) достаточно большая область сходимости метода по начальному управлению.

Количество вычислительных операций при решении дискретных задач проекционным методом существенно меньше, чем при расчете соответствующих непрерывных задач при допустимой точности расчета, так как количество вычислений правой части системы совпадает с количеством интервалов дискретизации. Проведенные расчеты в рамках примеров демонстрируют эффективность применяемого проекционного метода для приближенного решения оптимизационных задач рассматриваемого класса.

Литература

1. Булдаев А. С. Методы возмущений в задачах улучшения и оптимизации управляемых систем. — Улан-Удэ: Изд-во Бурятского госуниверситета, 2008. — 260 с.

2. Булдаев А. С., Моржин О. В. Модификация метода проекций для улучшения нелинейных управлений // Вестник Бурятского государственного университета. — 2010. — Вып. 9: Математика и информатика. — С. 10 – 17.

3. Моржин О. В. Методы нелокального улучшения в задачах оптимального управления на основе точных формул приращения функционала // Программные системы: теория и приложения: электронный научный журнал. — 2010. — №4(4). — С. 67 – 83.

4. Моржин О. В. Нелокальное улучшение управлений нелинейными дискретными системами // Программные системы: теория и приложения: электрон. научн. журн. — 2010. — № 1(1). — С. 21 – 44.

THE METHOD OF SEARCHING FOR AN APPROXIMATE-OPTIMAL CONTROL OF NONLINEAR DYNAMICAL SYSTEMS

Ekaterina V. Dryganova
Software Engineer, Scientific and Educational Center
for System Research and Automation
Buryat State University
24a Smolina St., Ulan-Ude 670000, Russia

The article deals with projective method for nonlocal improvement of control parameters for a class of optimal control problems in the discrete systems. We illustrate the effectiveness of the method in discrete analogues of continuous test problems.
Keywords: projection method, nonlocal improvement, discrete system.