

УДК 51-74; 621.923.74

doi: 10.18101/2304-5728-2017-1-86-96

ФРАКТАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА ТРАЕКТОРИЙ ХАРАКТЕРНОЙ ТОЧКИ РАБОЧЕЙ ПЛОСКОСТИ ПЛОСКОДОВОДОЧНОГО СТАНКА¹

© Улаханов Николай Сергеевич

аспирант, ассистент

кафедры «Технология машиностроения, металлообрабатывающие станки и комплексы»

Восточно-Сибирский государственный университет технологий и управления

Россия, 670033, Улан-Удэ, ул. Ключевская, 40б

E-mail: nulaханov@mail.ru

© Мандаров Эрдэни Борисович

кандидат технических наук, старший преподаватель

кафедры «Технология машиностроения, металлообрабатывающие станки и комплексы»

Восточно-Сибирский государственный университет технологий и управления

Россия, 670033, Улан-Удэ, ул. Ключевская, 40б

E-mail: erdman77@mail.ru

© Никифоров Семен Очирович

доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник

Институт физического материаловедения СО РАН

Россия, 670047, Улан-Удэ, ул. Сахьяновой, 6

E-mail: nbs76@mail.ru

© Бальжинов Владислав Васильевич

старший преподаватель кафедры «Системы информатики»

Восточно-Сибирский государственный университет технологий и управления

Россия, 670033, Улан-Удэ, ул. Ключевская, 40б

аспирант Института физического материаловедения СО РАН

Россия, 670047, Улан-Удэ, ул. Сахьяновой, 6

E-mail: bvvinfo@mail.ru

© Никифоров Булат Семенович

кандидат технических наук, старший преподаватель

кафедры «Общеинженерные дисциплины»

Бурятская государственная сельскохозяйственная академия им. В.Р. Филиппова

Россия, 670034, Улан-Удэ, ул. Пушкина, 8

E-mail: bgsha@bgsha.ru

¹ Работа поддержана грантом «Молодые ученые ВСГУТУ»

В статье приведены результаты моделирования траектории характерной точки рабочей плоскости плоскодвигательного станка, компоновочная структура которого выполнена на базе безреверсного двухшарнирного манипулятора. Приведена кинематическая схема мехатронного комплекса абразивной доводки на основании которой в статье предложена расчетная схема для определения траектории движения характерной точки принадлежащей поверхности детали по поверхности притира.

Особенностью предлагаемого технического решения является то, что рабочие траектории характерной точки имеют различную плотность сетки следов обработки, управление которой возможно изменяя кинематические параметры, а именно кратность угловых скоростей притира и звеньев манипулятора.

Выявлено что получаемые сложные рабочие траектории характерной точки имеют дробную размерность, позволяющую производить их классификацию с применением методов фрактальной геометрии. Предложена методика определения фрактальной размерности некоторых из рабочих траекторий.

Ключевые слова: фракталы, траектория характерной точки, безреверсный двухшарнирный манипулятор, мехатронный комплекс, плоская доводка, моделирование, дробная размерность.

Введение

Как известно [3] основным технологическим оборудованием для финишной обработки поверхностей деталей машин и приборов являются доводочные станки. Кинематические схемы подобного оборудования содержат зубчатые колеса, кривошипно-кулисные механизмы, кулачково-кулисные, плоские и пространственные стержневые механизмы, шарнирно-рычажные механизмы, создающие требуемый закон относительного движения притира и заготовки. Методологическая база синтеза подобных механизмов создана в трудах Артоболевского И.И., Тимофеева Б.П., Вейца В.Л., Лурье А.И., Бутенина Н.В. и других, где предлагаемые технические решения позволяют получить необходимые сложные и разнообразные траектории характерной точки (ХТ) рабочей плоскости плоскодвигательного станка (РППС), способствующие улучшению качества и производительности доводки [3]

Однако в работах по исследованию процесса абразивной доводки отсутствуют количественные оценки показателя сложности формируемой траектории и дается лишь качественная их характеристика [2]. Также следует отметить, что использование существующих сложных методов синтеза механизмов для обеспечения требуемых траекторий ХТ РППС не всегда эффективно, поскольку синтезируемые механизмы имеют жесткую кинематическую структуру, не позволяющую обеспечить гибкую переналадку технологического процесса.

В определенных случаях при обработке плоских поверхностей из различных материалов более удобно использовать станок, исполнительный механизм которого построен на базе безреверсного двухшарнирного манипулятора [5].

При использовании данной кинематической схемы манипулятора, где путем регулирования закона движения исполнительного механизма по-

средством приводных двигателей задается соотношение угловых скоростей и направление движения звеньев механизма, получается широкий спектр траекторий ХТ РППС при абразивной доводке. Траектории являются циклоидальными кривыми [6]. Такое техническое решение позволяет снизить материалоемкость и стоимость оборудования, за счет исключения технологически сложных и дорогих элементов, узлов и агрегатов.

1. Кинематическая схема комплекса

Кинематическая схема предлагаемого комплекса абразивной доводки содержит инструмент-притир 4, вращающийся относительно вертикальной оси-стойки 1 станка, и манипулятор 2, образующих с сепаратором 5 кинематическую пару C – которая относится к парам третьего класса, позволяющему заготовкам 6 установленными в сепаратор вращаться относительно стойки 1 и самоустанавливаться под нагрузкой P для обеспечения параллельности обработки.

Исполнительный механизм модуля, кинематическая схема которого изображена на рис. 1 (вид сбоку) и рис.2 (вид сверху) имеет две степени свободы.

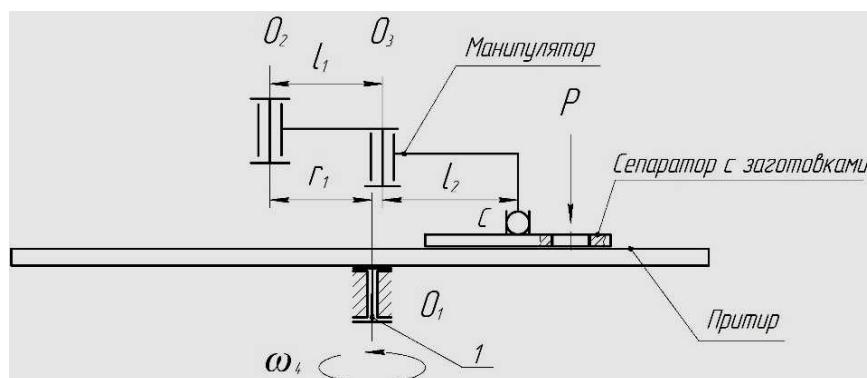


Рис. 1. Кинематическая схема комплекса (вид сбоку)

где r_1 – радиус-вектор условного водителя (расстояние от стойки притира до стойки манипулятора);

l_1, l_2 – длины звеньев манипулятора; P – прилагаемая нагрузка.

На рис. 2 представлен вид сверху кинематической схемы комплекса с заготовками в сепараторе в текущий момент времени в процессе обработки. Сочетание характера движения притира-инструмента, сепаратора с заготовками, их геометрических параметров, соотношения угловых скоростей определяют траекторию, скорости и ускорения ХТ. Двухшарнирный манипулятор позволяет осуществлять гибкую перенастройку траектории [5]. Инструмент-притир вращается с угловой скоростью ω_4 относительно стойки модуля.

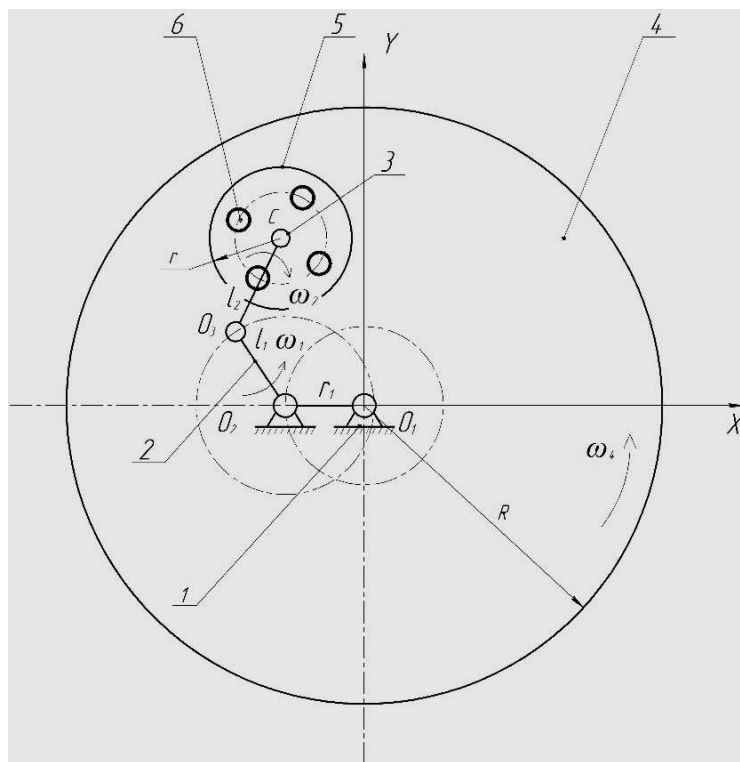


Рис. 2. Кинематическая схема комплекса в процессе обработки (вид сверху)

где ω_4 – угловая скорость притира; ω_1 – угловая скорость 1 звена манипулятора; ω_2 – угловая скорость 2 звена манипулятора.

2. Расчетная схема

Манипулятор шарнирно связан с сепаратором с обрабатываемыми деталями, находящиеся в трибологическом взаимодействии с притиром. На рис.3, представлена расчетная схема для определения функции положения ХТ принадлежащей поверхности обрабатываемой детали. Вводится прямоугольная система координат O_1XY , где O_1 – центр стойки модуля, $O_{2,3}$ – оси вращения звеньев манипулятора, C – центр сепаратора, $M_i(X_i, Y_i)$ – положение произвольно выбранной точки.

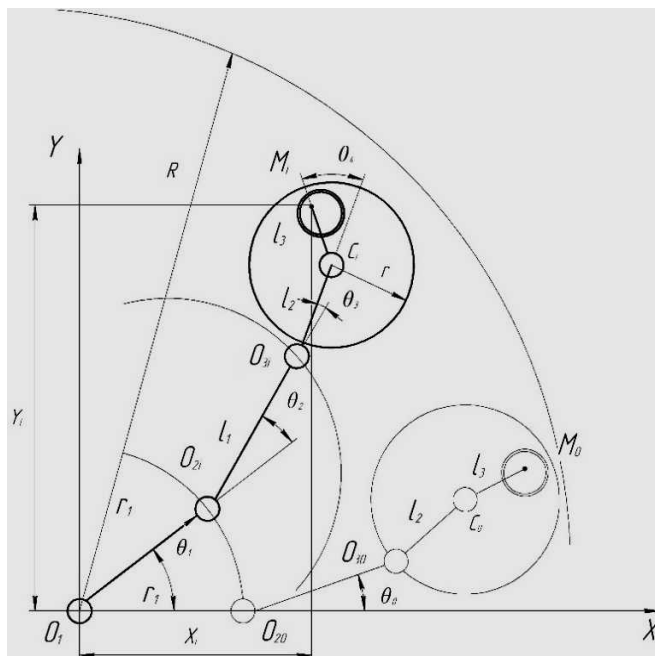


Рис. 3. Расчетная схема определения функции положения исследуемой точки

Координаты точки M следуют из (1):

$$\begin{cases} X_M = r_1 \cos(\theta_1) + l_1 \cos(\theta_1 + \theta_2) + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) + \\ + l_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \\ Y_M = r_1 \sin(\theta_1) + l_1 \sin(\theta_1 + \theta_2) + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) + \\ + l_3 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \omega_{r1}t; \theta_2 = \omega_{r1}t + \omega_1t; \theta_3 = \omega_{r1}t + \omega_1t + \omega_2t; \\ \theta_4 &= \omega_{r1}t + \omega_1t + \omega_2t + \omega_Mt; \omega_M = \eta(\omega_4t - \omega_2t) \end{aligned}$$

где η – коэффициент трения между поверхностью притира и обрабатываемой деталью; $\omega_{r1} = -\omega_4$ – угловая скорость условного водила r_1 относительно притира 4 (рис.2); ω_M – относительная угловая скорость условного звена l_3 (расстояние от центра сепаратора до ХТ).

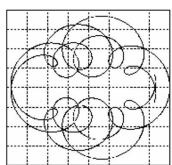
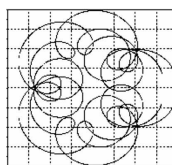
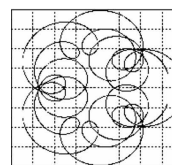
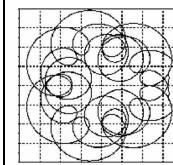
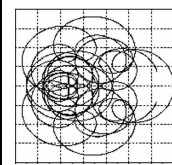
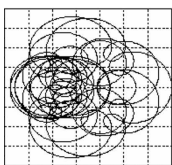
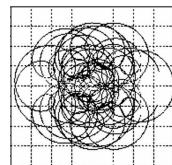
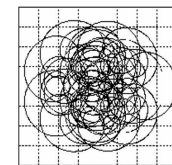
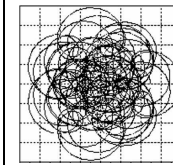
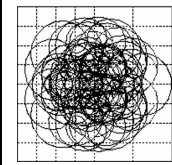
Введем следующие параметры: $k = \omega_1/\omega_4$ и $N = \omega_2/\omega_1$. Следовательно, уравнения положения исследуемой точки M в относительном движении по притиру выражены системой:

$$\begin{cases} X_M = r_1 \cos(-\omega_4t) + l_1 \cos(\omega_4t(k-1)) + l_2 \cos(\omega_4t(k+Nk-1)) + \\ + l_3 \cos(\omega_4t(\eta+k+Nk-N\eta k-1)) \\ Y_M = r_1 \sin(-\omega_4t) + l_1 \sin(\omega_4t(k-1)) + l_2 \sin(\omega_4t \cdot (k+Nk-1)) + \\ + l_3 \sin(\omega_4t(\eta+k+Nk-N\eta k-1)) \end{cases} \quad (2)$$

3. Траектории характерной точки

Произведен расчет траекторий ХТ M при различных значениях коэффициентов k и N и постоянной угловой скорости инструмента-притира с использованием программного пакета математических и инженерных расчетов *Scilab*. При моделировании использовалось значение коэффициента трения $\eta=0,75$. Траектории ХТ для некоторых параметров k и N даны в таблице 1.

Таблица 1

$k=2, N=2$	$k=2, N=3$	$k=2, N=4$	$k=2, N=5$	$k=3, N=4$
				
$k=3, N=5$	$k=4, N=5$	$k=4, N=6$	$k=5, N=7$	$k=5, N=8$
				

Представленные в таблице 1 траектории имеют различную плотность сетки следов обработки, выбор и управление видом ХТ позволяет формировать необходимые эксплуатационные свойства микрорельефа обработанной поверхности.

4. Фрактальные свойства траекторий

Как отмечалось ранее в работах по исследованию процесса абразивной доводки более сложная траектория ХТ благоприятно влияет на качество обработанной поверхности. Однако существующая оценка сложности траектории не позволяет провести численную оценку характера.

В данной работе предлагается использовать в качестве количественной оценки сложности ХТ фрактальную размерность [7,8]. Основоположником теории фракталов является Бенуа Мандельброт (1924-2010), предложивший термин фрактал для описания самоподобных математических структур [4]. Фрактальная геометрия изучает закономерности, проявляемые в структуре природных объектов, процессов и явлений, обладающих явно выраженной фрагментарностью, изломанностью и искривленностью. В природе, математике, физике, материаловедении и других областях знаний существует множество объектов и явлений, описание которых эффективно моделируется определенного рода степенным законом [4,7,8].

Характерной особенностью фрактальной геометрии является понятие дробной размерности, в некоторых случаях показывающей насколько плотно точки заполняют пространство. Степенным закономерностям подчиняются и некоторые математические кривые, например, полициклоидальные траектории мехатронных манипуляционных систем [6].

Для исследования фрактальных свойств некоторых из рабочих траекторий, представленных в табл.1 расчертим плоскость на ячейки, размер которой условно равен a . Далее, уменьшая размер a подсчитаем, сколько ячеек пересекает рабочая траектория. Причем N и a связаны формулой Мандельброта-Ричадсона [1]:

$$N = Ca^{-D} \quad (3)$$

где D – искомая фрактальная размерность, C – типичный во фрактальной геометрии неопределенный множитель. Фрактальная размерность рассчитывалась для траекторий с параметрами: 1) $k=5$, $N=7$; 2) $k=2$, $N=5$; 3) $k=3$, $N=4$; 4) $k=3$, $N=5$.

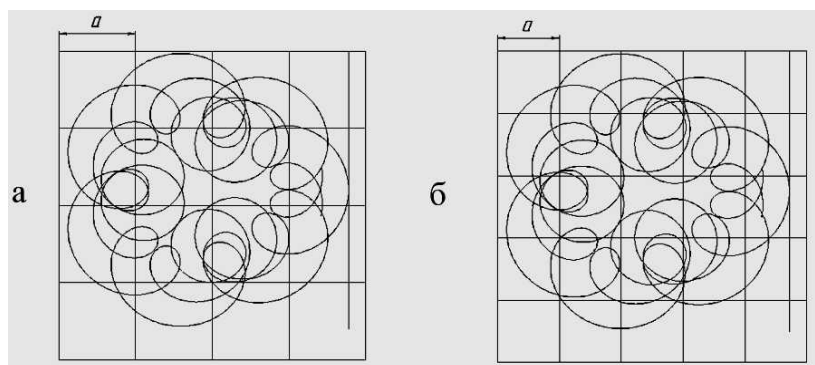


Рис. 4. Пример подсчета числа клеток, содержащих линию

- а) размер ячейки (условно) $a=50$;
число клеток, через которые проходит линия $N=16$;
- б) размер ячейки (условно) $a=40$;
число клеток, через которые проходит линия $N=23$;

Результаты измерений зависимости числа клеток, в которых располагаются линии траектории, от размера сетки приведены в таблице 2. Там же вычислены их логарифмы.

Таблица 2

Параметры механизма	Размер сетки, а	50	40	30	20
$k=5, N=7$	Число клеток, N	16	19	34	59
	$y=\ln N$	2,8	3	3,5	4,1
	$x=\ln a$	3,9	3,7	3,4	3,0
$k=3, N=4$	Число клеток, N	15	22	35	74
	$y=\ln N$	2,7	3,1	3,5	4,3
	$x=\ln a$	3,9	3,7	3,4	3,0
$k=2, N=5$	Число клеток, N	14	20	35	50
	$y=\ln N$	2,6	3,0	3,5	4,2
	$x=\ln a$	3,9	3,7	3,4	3,0
$k=3, N=5$	Число клеток, N	16	23	38	77
	$y=\ln N$	2,8	3,1	3,6	4,3
	$x=\ln a$	3,9	3,7	3,4	3,0

Наличие фрактальных свойств следует из линейности зависимости $\ln N$ от $\ln A$, где N – количество покрытий, а A – масштаб измерения. Из рис. 5 видно, что все точки измеренных траекторий лежат вдоль прямой, значит, зависимость y от x можно аппроксимировать уравнением:

$$y = c - Dx \quad (4)$$

Причем, коэффициент D согласно формуле (3) является фрактальной размерностью.

Просуммируем все измеренные значения y и x :

$$\sum y = nc - D \sum x \quad (5)$$

где n – число измерений, в нашем случае $n=4$.

Затем умножим (4) на x и полученное выражение снова просуммируем:

$$\sum xy = c \sum x - D \sum x^2 \quad (6)$$

Теперь (5) умножим на $\sum x$, а (6) на n . От полученных обоих выражений возьмем разность друг от друга, а разрешим относительно D . В итоге получим:

$$D = \frac{\sum x \sum y - n \sum xy}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \quad (7)$$

Рассмотрим подробно метод расчета фрактальной размерности для траектории рабочего движения исполнительного механизма с параметрами: $k=5, N=7$.

Используя таблицу 2, находим:

$$\sum x = 3,9 + 3,7 + 3,4 + 3,0 = 14;$$

$$\begin{aligned}\sum y &= 2,8 + 3 + 3,5 + 4,1 = 13,4; \\ \sum x^2 &= 15,21 + 13,69 + 11,56 + 9 = 49,46; \\ \sum xy &= 10,92 + 11,1 + 11,9 + 12,3 = 46,22;\end{aligned}$$

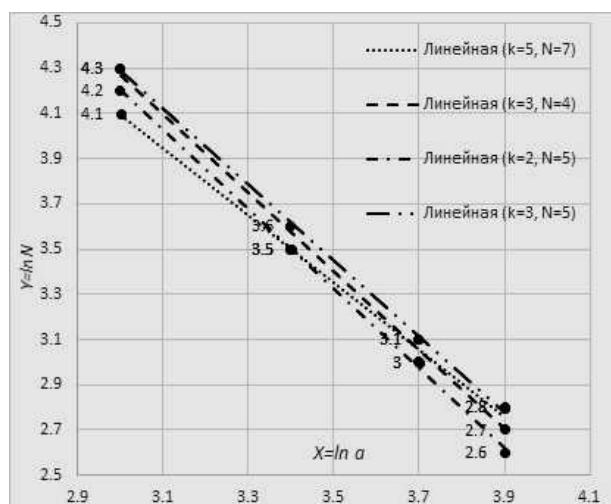


Рис. 5. График зависимости, определяющей фрактальную размерность, в двойном логарифмическом масштабе

Подставляя все известные величины в (5), находим, что для заданного вида движения ($k=5$, $N=7$), фрактальная размерность равна:

$$D = \frac{14 \cdot 13,4 - 4 \cdot 46,22}{4 \cdot 49,46 - 14^2} = 1,478.$$

Аналогичным образом находятся фрактальные размерности для рабочих траекторий механизма с другими параметрами:

$$D=1,435 \text{ при } k=2, N=5; D=1,674 \text{ при } k=3, N=5; D=1,739 \text{ при } k=3, N=4.$$

Заключение

Предлагаемая конструктивная схема мехатронного комплекса абразивной доводки обеспечивает сложные и разнообразные рабочие траектории путем комбинации вращательных движений и их кратности по отношению к вращению притира. ХТ имеют фрактальную размерность, которую можно использовать как классификационный признак сложности. Таким образом, используя данный классификационный признак можно на этапе синтеза механизма оценивать характер получаемого движения, а на этапе технологического проектирования обоснованно выбирать закон управления рабочим движением для обеспечения заданного качества обработки. Однако последнее, требует экспериментального подтверждения на опытной установке.

Литература

1. Балханов В. К. Основы фрактальной геометрии и фрактального исчисления. — Улан-Удэ: Изд-во Бурятского госуниверситета, 2013. — 224 с.
2. Горбач В. Л. Кинематика рабочих органов оптических шлифовально-полировальных станков. — М., Оборонгиз, 1958. — С. 147.
3. Кремень З. И., Павлючук А. И. Абразивная доводка. — Л.: Машиностроение. 1967. — С. 114.
4. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. — М.: Институт компьютерных исследований, 2002. — 656 с.
5. Никифоров С. О., Мархадаев Б. Е., Дамбуева Д. А., Никифоров Б. С. Модульное структурное проектирование безреверсных манипуляторов // Вестник машиностроения. — 2013. — №7. — С.41 – 47.
6. Никифоров С. О., Мархадаев Б. Е. Полициклоидальные мехатронные устройства // Автоматизация и современные технологии. — 2008. — №8. — С. 8 – 15.
7. Федер Е. Фракталы. — М.: Мир, 1991. — 261 с.
8. Шредер М. Фракталы, хаос, степенные законы. Миниатюры из бесконечного рая. — Ижевск: НИЦ Регулярная и хаотическая динамика, 2001. — 528 с.

FRACTAL PROPERTIES OF TRAJECTORIES OF A CHARACTERISTIC POINT AT THE WORKING PLANE OF LAPPING AND POLISHING MACHINE

Nikolay S. Ulakhanov

Research Assistant, Department of Technology of Mechanical Engineering, Machine Tools and Systems
East-Siberian State University of Technology and Management
40b Klyuchevskaya St., Ulan-Ude 670033, Russia

Erdeni B. Mandarov

Cand. Sci. (Engineering), Senior Lecturer, Department of Technology of Mechanical Engineering, Machine Tools and Systems
East-Siberian State University of Technology and Management
40b Klyuchevskaya St., Ulan-Ude 670033, Russia

Semen O. Nikiforov

Dr. Sci., Prof., Chief Researcher
Institute of Physical Materials, SB RAS
6 Sakhyanovoi St., Ulan-Ude 670047, Russia

Vladislav V. Balzhinov

Research Assistant, Senior Lecturer, Department of Informatics System
East-Siberian State University of Technology and Management
40b Klyuchevskaya St., Ulan-Ude 670033, Russia

Bulat S. Nikiforov

Cand. Sci. (Engineering), Senior Lecturer, Department of General Engineering
Philippov Buryat State Agricultural Academy
8 Pushkina St., Ulan-Ude 670034, Russia

The article deals with the results of modeling the trajectory of a characteristic point at the working plane of lapping and polishing machine, the layout structure of which is based on nonreverse double-joint manipulator. The kinematic scheme of the mechatronic complex of abrasive lapping is presented and the calculation scheme for determining the trajectory of characteristic point motion along the lapping surface of the detail is proposed.

The peculiarity of the proposed technical solution is that the working trajectories of a characteristic point have different density of grinding traces, the control of which is possible by changing the kinematic parameters, namely the multiplicity of the lapping angular velocities and links of the manipulator.

It is revealed that the received complex working trajectories of a characteristic point have a fractional dimension, which makes it possible to classify them using fractal geometry methods. We proposed a technique for determining the fractal dimension of some working trajectories.

Keywords: fractals, trajectory of a characteristic point, nonreverse double-joint manipulator, mechatronic complex, plane lapping, modeling, fractional dimension.