

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОБРАБОТКА ДАННЫХ

---

УДК 631.1:519.7

doi: 10.18101/2304-5728-2017-3-21-31

## МОДЕЛИ ОПТИМИЗАЦИИ ЗАТРАТ ТРУДА НА ПРОИЗВОДСТВО АГРАРНОЙ ПРОДУКЦИИ С УЧЕТОМ НЕЛИНЕЙНЫХ ФУНКЦИЙ С ЭКСТРЕМАЛЬНЫМИ ОЦЕНКАМИ

© Вараница-Городовская Жанна Игоревна

аспирант,

Иркутский государственный аграрный университет имени А. А. Ежевского

Россия, 664038, Иркутская область, Иркутский район, пос. Молодежный

E-mail: zhanna\_gorodovsk@mail.ru

© Иваньо Ярослав Михайлович

доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой,

Иркутский государственный аграрный университет имени А. А. Ежевского

Россия, 664038, Иркутская область, Иркутский район, пос. Молодежный

E-mail: iymex@gambler.ru

В статье проанализирована изменчивость трудозатрат на производство аграрной продукции и предложены нелинейные модели их описания с учетом верхних и нижних оценок. В качестве функций использованы экспонента и гипербола, характеризующие тенденцию убывания затрат труда. Методика описания трудозатрат на основные виды сельскохозяйственной продукции в виде нелинейных трендов позволяет применять для оптимизации трудовых ресурсов задачи параметрического программирования. Предложенные модели минимизации затрат труда на производство сельскохозяйственной продукции реализованы для среднего по размеру предприятия Иркутской области. Результаты моделирования на основе прогностических данных показывают возможности повышения эффективности использования трудовых ресурсов. Сокращение трудозатрат на производство основной продукции для предприятий подобного типа составляет не менее 5%.

**Ключевые слова:** параметрическое программирование; нелинейная модель; трудозатраты; экстремальные оценки; сельскохозяйственное предприятие.

### Введение

Затраты труда на производство аграрной продукции в динамике снижаются, что связано, прежде всего, с уровнем оснащенности предприятия техникой и использованием новых технологий. Чем выше уровень технологий предприятия, тем ниже его затраты труда на производство различных видов продукции. Систематизированы данные по производству основных видов сельскохозяйственной продукции за 2006–2015 гг. по 76 хозяйствам Иркутской области. В качестве источников информации ис-

пользованы официальные формы годовой статистической отчетности о финансово-экономическом состоянии товаропроизводителей агропромышленного комплекса Иркутской области, на основании которых получены затраты труда на единицу произведенной продукции. Анализ затрат труда за многолетний период показывает, что имеют место тенденции их снижения для малых, средних и крупных хозяйств. При этом наблюдается тенденция уменьшения рассеяния параметра с увеличением размера предприятия. Затраты труда в микрохозяйствах изменяются случайным образом [1; 2 и др.].

В работе [2] предложены линейные модели, описывающие снижение средних затрат труда для различных групп предприятий. Эти модели имеют тот недостаток, что при рассмотрении процесса за длительный промежуток времени затраты труда могут соответствовать неположительным значениям. Очевидно, существует некоторый нижний предел, к которому стремится исследуемый показатель. Кроме того, развитие технологий и технических средств определяет тенденцию понижения трудозатрат на производство аграрной продукции.

**Материал и методы исследования.** Исходя из этих двух свойств параметра, в статье рассматривается возможность использования нелинейных моделей, учитывающих верхние и нижние оценки трудозатрат на производство аграрной продукции в различных группах хозяйств и отражающих их постепенное уменьшение за многолетний период. Учет при моделировании трудозатрат верхних и нижних оценок на основе эмпирических данных позволяет адекватно описывать изменения параметра в рамках развивающихся технологий и природно-экономических условий. При этом, с одной стороны, минимальные значения трудозатрат всегда будут превышать ноль, а с другой — стремиться к нему по причине развития технико-технологических процессов. В дополнение к этому ограниченность рядов трудозатрат предполагает ограничения заблаговременности прогноза 1–3 года.

Определение статистически значимых трендов для оценки трудозатрат на производство основных видов продукции позволяет решать задачу оптимизации трудозатрат на основе задачи параметрического программирования.

Анализ литературы показывает, что трендовые модели имеют практическое значение для описания различных производственно-экономических параметров [3; 4; 5; 6; 7 и др.].

В работах [8; 9] для оценки многолетней изменчивости среднегодового надоя молока и урожайности пшеницы использованы модели с верхним предельным значением, которые при решении задач параметрического программирования приводились к линейному виду.

Функции с верхними предельными значениями предложено применять для прогнозирования продолжительных многолетних изменений производственно-экономических показателей, поскольку руководителей ста-

бильно работающих хозяйств интересует развитие деятельности на длительную перспективу [10; 11].

В работе [8] использованы гиперболические зависимости себестоимости произведенной продукции от урожайности сельскохозяйственных культур исходя из предположения наличия нижнего предельного значения для себестоимости, которая определялась по эмпирическим данным для различных сельскохозяйственных предприятий Иркутской области. При этом авторами книги [8] реализованы 2 варианта модели параметрического программирования, когда урожайность представляла собой абсолютные величины и логарифмические значения.

Переходя к описанию изменчивости затрат труда на производство различных видов сельскохозяйственной продукции, отметим, что на первом этапе определялись верхние и нижние оценки затрат труда по различным группам предприятий. Рассматривались наименьшие минимальные и максимальные значения и усредненные их оценки. Анализ данных групп наименьших и наибольших значений трудозатрат для различных предприятий показывает, что для построения нелинейных моделей предпочтительнее использовать усредненные верхние и нижние оценки как наиболее устойчивые согласно их наименьшей изменчивости. В таблице 1 приведены данные усредненных максимальных ( $\bar{x}_{\max}$ ) и минимальных ( $\bar{x}_{\min}$ ) значений трудозатрат на производство различных видов сельскохозяйственной продукции, наименьших минимальных ( $x_{\min}^{\min}$ ) и наибольших максимальных ( $x_{\max}^{\max}$ ) значений, а также среднее ( $\bar{x}$ ) и коэффициенты вариации ( $c_v$ ) рядов средних многолетних величин рассматриваемого показателя.

Следует иметь в виду, что в таблице 1 приведены основные виды сельскохозяйственной продукции, изменяющиеся за многолетний период, поскольку каждое предприятие характеризуется определенной специализацией.

На втором этапе, исходя из средних минимальных и максимальных оценок рядов трудозатрат и их значений, построены два вида зависимостей: гиперболические и экспоненциальные (таблица 2). Единицей многолетнего периода  $t$  является 1 год.

Согласно данным таблицы 2, гиперболические зависимости, характеризующие трудозатраты за каждый год, удовлетворяют требования точности согласно коэффициенту детерминации ( $R^2 > 0,5$ ) за исключением затрат труда на возделывание кормовых культур по данным малых и крупных предприятий. Для средних предприятий тренд трудозатрат имеет вид  $y = 0,043 / (0,0249t + 0,0856)$ , оцениваемый с точностью  $R^2 = 0,50$ . При этом коэффициенты детерминации для молока, зерна и картофеля находятся не ниже 0,69, исключая затраты на кормовые культуры. Помимо точности определялась адекватность моделей согласно анализу случайности остат-

ка ряда [12]. На основе этого критерия принята гипотеза об адекватности многолетних последовательностей трудовых затрат.

Таблица 1  
Усредненные трудовые затраты на производство основных видов продукции за многолетний период малыми, средними и крупными хозяйствами, чел.-ч/ц

Группы хозяйств	$\bar{x}$	$c_v$	$\bar{x}_{\min}$	$\bar{x}_{\max}$	$x_{\min}^{\min}$	$x_{\max}^{\max}$
Зерновые						
Малые хозяйства	1,44	0,80	0,58	2,42	0,04	8,56
Средние хозяйства	0,83	0,83	0,29	1,60	0,07	5,45
Крупные хозяйства	0,65	0,55	0,43	0,82	0,17	1,73
Картофель						
Малые хозяйства	2,46	0,83	0,96	4,62	0,33	11,33
Кормовые культуры						
Малые хозяйства	0,18	0,80	0,10	0,24	0,03	0,93
Средние хозяйства	0,26	0,97	0,13	0,41	0,03	1,13
Крупные хозяйства	0,14	1,11	0,05	0,23	0,01	0,84
Молоко						
Малые хозяйства	5,55	0,60	2,20	9,04	0,30	19,49
Средние хозяйства	5,45	0,52	3,55	7,64	1,60	15,42
Крупные хозяйства	3,18	0,41	2,28	4,07	1,45	6,13

Таблица 2  
Гиперболические и экспоненциальные модели многолетней изменчивости затрат труда на производство основных видов продукции для различных групп предприятий за 2006–2015 гг.

Группа предприятия	Гипербола	$R^2$	Экспонента	$R^2$
Молоко				
Малые	$y=1,9/(0,0643t+0,146)$	0,69	$y=12,4e^{-0,18t}$	0,95
Средние	$y=2/(0,234+0,0351t)$	0,76	$y=10e^{-0,13t}$	0,62
Крупные	$y=1,5/(0,0466t+0,314)$	0,93	$y=5,0e^{-0,11t}$	0,86
Зерно				
Малые	$y=0,17/(0,0362+0,0215t)$	0,72	$y=4,3e^{-0,21t}$	0,62
Средние	$y=0,18/(0,0356+0,0513t)$	0,74	$y=2,4e^{-0,23t}$	0,80
Крупные	$y=0,21/(0,193+0,0287t)$	0,87	$y=1,26e^{-0,12t}$	0,69
Картофель				
Малые	$y=0,42/(0,0314+0,0599t)$	0,83	$y=6,7e^{-0,33t}$	0,91

Что касается экспоненты, то она так же удовлетворительно описывает трудозатраты на производство различных видов сельскохозяйственной продукции. Тем не менее ее точность несколько ниже, чем точность гиперболической функции. При этом с помощью экспоненциальной зависимости практически не выявлены тренды для трудозатрат, связанных с производством кормовых культур. Кроме того, убывание трудозатрат по этой функции происходит с большей скоростью по сравнению с гиперболой и согласно ретроспективному прогнозу экспонента может использоваться при упреждении 1 год. В этом отношении предпочтительнее гиперболическая зависимость, убывающая с меньшей скоростью и позволяющая прогнозировать ситуации с заблаговременностью 1–3 года в соответствии с ретроспективным прогнозом.

Таким образом, для описания трудозатрат предлагаются гиперболические и экспоненциальные модели с усредненными верхними и нижними значениями, из которых согласно оценке качества модели предпочтительнее первые. Наличие значимых тенденций изменчивости трудозатрат на производство основных видов сельскохозяйственной продукции позволяет при планировании использовать задачи параметрического программирования со значимыми трендами. Причем при решении задач для конкретных аграрных предприятий при построении трендов необходимо учитывать особенности производства, непосредственно или косвенно связанные с трудозатратами.

**Результаты исследования.** Рассмотрим модель оптимизации затрат труда с использованием тенденций их изменчивости. Целевая функция, характеризующая минимизацию затрат труда, может быть записана в следующей редакции:

$$\sum_{s \in S} c_s(t)x_s + \sum_{h \in H} c_h(t)x_h \rightarrow \min, \quad (1)$$

где  $x_s, x_h$  — искомые переменные площади культур  $s$  и объемы производства животноводческой продукции  $h$ ;  $c_s(t)$  — затраты труда на единицу производимой растениеводческой продукции с учетом изменчивости параметра во времени  $t$  (номер года);  $c_h(t)$  — затраты труда на единицу животноводческой продукции  $h$ , изменяющиеся за время  $t$ ;

при условиях:

- ограниченности производственных ресурсов:

$$\sum_{s \in S} w_{ls}x_s + \sum_{h \in H} w_{lh}x_h \leq W_l \quad (l \in L); \quad (2)$$

где  $w_{ls}$  — расход ресурса  $l$  на единицу площади  $s$ -культуры;  $w_{lh}$  — расход ресурса  $l$  на единицу продукции животноводства;  $W_l$  — наличие ресурса вида  $l$ ;

• использования в животноводстве побочной продукции растениеводства:

$$\sum_{s \in S} p_{js} x_s \geq x_j \quad (j \in J); \quad (3)$$

где  $p_{js}$  — выход с единицы площади культуры  $s$  вида корма  $j$ ;  $x_j$  — количество кормов вида  $j$ , которое используется для скотоводства;

• ограниченности размера отраслей, в том числе: растениеводства:

$$\underline{n}_r \leq \sum_{s \in S_r} (1 + \alpha_s) x_s \leq \bar{n}_r \quad (r \in R); \quad (4)$$

где  $\bar{n}_r$ ,  $\underline{n}_r$  — максимально и минимально возможная площадь культур группы  $r$ ;  $\alpha_s$  — коэффициент, учитывающий площадь семенных посевов для культуры  $s$ ;

животноводства:

$$x_h = \lambda_{hh'} x_{h'}, \quad (h, h' \in H); \quad (5)$$

где  $\lambda_{hh'}$  — коэффициент пропорциональности между поголовьем животных  $h$  и их группами  $h'$ ;  $h'$  — группы животных;

• производства конечной продукции не менее заданного объема, в том числе:

растениеводства:

$$\sum_{s \in S} v_{qs}(t) x_s \geq V_q \quad (q \in Q); \quad (6)$$

где  $V_q$  — гарантированный объем производства продукции вида  $q$ ;

$v_{qs}$  — выход товарной продукции вида  $q$  с единицы площади культуры  $s$ ;

животноводства:

$$\sum_{h \in H} v_{q_1 h}(t) x_h \geq V_{q_1} \quad (q_1 \in Q_1); \quad (7)$$

где  $V_{q_1}$  — гарантированный объем производства продукции вида  $q_1$ ;

$v_{q_1 h}$  — выход единицы животноводческой продукции вида  $q_1$ ;

• увязки растениеводства с животноводством, в том числе:

балансирувания рационов животных по элементам питания:

$$\sum_{s \in S} a_{is} p_s x_s + \sum_{j \in J} a_{ij} x_j \geq \sum_{h \in H} b_{ih} x_h \quad (i \in I); \quad (8)$$

где  $a_{is}$  — содержание элемента питания  $i$  в единице кормовой продукции, получаемое от культуры  $s$ ;  $p_s$  — выход основной кормовой продукции с единицы площади культуры  $s$  или вида кормовых угодий;  $a_{ij}$  — содержание элемента  $i$  питания в виде корма  $j$  или компоненте кормосме-

си;  $x_j$  — объем производства кормов вида  $j$ ;  $b_{ih}$  — минимальная потребность в элементе питания  $i$  единицы поголовья вида (группы)  $h$ ;

по структуре производства кормов:

$$\sum_{h \in H} \underline{d}_{kh} x_h \leq \sum_{s \in S_k} a_{is} p_s x_s + \sum_{j \in J_k} a_{ij} x_j \leq \sum_{h \in H} \bar{d}_{kh} x_h \quad (k \in K); \quad (9)$$

где  $\underline{d}_{kh}$ ,  $\bar{d}_{kh}$  — минимально и максимально допустимый нормативный размер потребности в кормах группы  $k$  единицы поголовья вида (группы) животных  $h$ , выраженный в кормовых единицах;

- неотрицательности переменных:

$$x_s, x_h \geq 0. \quad (10)$$

Задача (1)–(10) может быть использована для оптимизации трудозатрат на малых, средних и крупных сельскохозяйственных предприятиях, поскольку затраты труда на основные виды продукции описываются с помощью функциональной зависимости за исключением кормовых культур на малых и крупных предприятиях.

Предложенная модель позволяет получать оптимальные решения, связанные с параметром  $t$ . При этом в зависимости от статистических свойств коэффициентов при неизвестных целевой функции левых и правых частей ограничений можно рассматривать разные варианты задачи: 1) коэффициенты при неизвестных в целевой функции описываются в виде трендов, а ограничения независимы от времени; 2) ограничения связаны с параметром  $t$ , а коэффициенты при неизвестных в целевой функции не могут быть описаны с помощью трендов. В первом случае коэффициенты при неизвестных в целевой функции характеризуются различными трендами, в частности, предложены параболические и экспоненциальные выражения. Таким образом, критерий оптимальности в зависимости от  $t$  изменяется, а ограничения представляют собой выпуклое постоянное множество. Во втором случае изменяются ограничения в зависимости от параметра  $t$ , а целевая функция является линейной.

В работе предложен первый вариант модели (1)–(10), когда коэффициенты при неизвестных в целевой функции зависят от времени  $t$ , реализованный для ЗАО «Иркутские семена» Иркутской области, которое представляет собой среднее предприятие. Для прогнозирования трудозатрат на производство основных видов сельскохозяйственной продукции использованы предложенные гиперболические и экспоненциальные зависимости. Основными видами производимой продукции на этом предприятии являются картофель, зерновые, зернобобовые и мясо свиней, из которых 67% приходится на первую культуру. Производство зерна составляет около 27%, зернобобовых — около 2% и мяса свиней — немногим более 4%. Из перечисленных видов с помощью регрессионных нелинейных моделей описаны затраты труда на производство картофеля. Трудозатраты на остальные виды продукции приняты в качестве усредненных

значений ввиду отсутствия значимых трендов, малого их рассеяния и меньшего влияния на результаты работы хозяйства. В целевой функции трудозатраты предприятия на производство картофеля как основной культуры производства описаны с помощью гиперболы и экспоненты: 1)  $y=0,8/(0,447+0,0569t)$  с коэффициентом  $R^2=0,66$ ; 2)  $y=1,7421e^{-0,33t}$  со значением  $R^2=0,64$ . При этом ограничения на производство картофеля, зерна, зернобобовых и мяса свинины, посевные площади, поголовье животных, объемы реализации произведенной продукции являются линейными.

При решении задачи параметрического программирования использованы точечные и интервальные прогнозы по гиперболической и экспоненциальной функции с уровнем значимости 0,1.

Применение гиперболической модели для прогнозирования на один год позволило согласно модели (1)–(10) получить значения целевой функции 125 246 чел.-ч для точечного прогноза и интервал критерия оптимальности —  $96286 \div 154206$  чел.-ч.

Сравнение результата решения задачи параметрического программирования с использованием точечного прогноза и данных предприятия показывает расхождение, составившее 5,11%. Другими словами, возможно улучшение работы предприятия за счет уменьшения трудозатрат на указанную величину.

Затраты труда на возделывание картофеля в хозяйстве составили 0,80 чел.-ч/ц, а по гиперболической модели — 0,75 чел.-ч/ц, что позволяет вскрыть резервы в размере более 6,75 тыс. чел.-ч, при условии, что производство картофеля будет не ниже уровня прошедшего года.

Использование экспоненциальной зависимости позволило получить следующие результаты: целевая функция, описывающая минимизацию трудозатрат для ЗАО «Иркутские семена» при точечном прогнозе принимает значение 121559 чел.-ч, и ее значение будет находиться в интервале 81339–161069 чел.-ч для уровня значимости 0,1. Выявлен резерв свыше 10 тыс. чел.-ч (7,9%) за счет снижения затрат труда на производство картофеля в размере 0,10 чел.-ч/ц производимой продукции.

Сравнение результатов моделирования оптимизации трудозатрат с учетом гиперболического и экспоненциального трендов на основе задачи параметрического программирования показывает предпочтение использования модели с экспоненциальной зависимостью, в которой целевая функция на 2,8% меньше, чем в модели с гиперболической тенденцией. При этом потенциальная экономия трудозатрат предприятия составляет 7,9%. Между тем следует учитывать факт менее интенсивного уменьшения трудозатрат для гиперболической зависимости применительно к предприятию и производимой продукции. Так, величина параметра относительно предшествующего года по данным 4 прогностических лет немногим превышает 5%, а для экспоненты — более 8,5%. Кроме того, интервал прогнозирования по гиперболе значительно ниже по сравнению с экспонентой. Подобные тенденции позволяют использовать экспоненту



для прогнозирования трудозатрат на 1 год, в то время как гиперболическая функция применима для заблаговременности 1–3 года.

Помимо задачи параметрического программирования для того же предприятия решена задача линейного программирования с интервальными параметрами. В этом случае для количества решений 50 с использованием метода статистических испытаний верхние и нижние оценки целевой функции составили 233 750 и 137 461 чел.-ч. Таким образом, размах критерия оптимальности при решении задачи с интервальными параметрами в 1,7 и 1,24 раза превысил такой же показатель получения оптимальных планов для модели параметрического программирования с гиперболической и экспоненциальной функцией.

**В заключение** отметим, что в работе на основе особенностей изменения трудозатрат на производство сельскохозяйственной продукции для предприятий различного уровня агрегирования предлагаются нелинейные модели прогнозирования (экспонента и гипербола) с учетом верхних и нижних усредненных оценок. Согласно анализу качества моделей предпочтительнее гиперболические функции, отличающиеся меньшими интервальными значениями, адекватностью отражения эмпирических данных, способностью к большей заблаговременности прогнозирования. Между тем возможности использования той или иной функции обусловлены особенностями производства основных видов аграрной продукции на предприятии или в рамках групп предприятий.

Предложенная методика оценки затрат труда на производство аграрной продукции для малых, средних и крупных предприятий с помощью нелинейных моделей с верхними и нижними оценками позволяет для оптимизации трудовых ресурсов использовать задачу параметрического программирования. Пример такой модели минимизации трудовых ресурсов приведен для одного из средних предприятий Иркутской области с применением гиперболической и экспоненциальной зависимости. Полученные результаты показывают возможность планирования предприятием производства аграрной продукции на основе прогнозов трудозатрат и преимущество модели параметрического программирования по сравнению с моделью с интервальными параметрами. При этом показаны резервы улучшения использования трудовых ресурсов.

### **Литература**

1. Вараница-Городовская Ж. И. Тенденции многолетней изменчивости затрат труда на сельскохозяйственных предприятиях Иркутской области // Научно-практический журнал «Актуальные вопросы аграрной науки». 2015. Вып. 16. С. 64–69.
2. Вараница-Городовская Ж. И., Иваньо Я. М. Моделирование изменчивости затрат труда на сельскохозяйственных предприятиях различного уровня агрегирования на примере Иркутской области // Известия Байкальского государственного университета. 2016. Т. 26, № 5. С. 834–839.

3. Решение задач управления аграрным производством в условиях неполной информации: монография / Я. М. Иваньо [и др.]; под ред. Я. М. Иваньо. Иркутск: Изд-во ИрГСХА, 2012. 199 с.

4. Барсукова М. Н., Иваньо Я. М. Оптимизационные модели планирования производства стабильных сельскохозяйственных предприятий. Иркутск: Изд-во ИрГСХА, 2010. 160 с.

5. Коршунова Л. Н. Оптимизационная модель использования потенциала сезонной рабочей силы растениеводческих хозяйств // Экономический вестник Ростовского государственного университета. 2010. Т. 8, № 2. Ч. 2. С. 109–118.

6. Солодовникова А. М. Оптимизация рационов кормления в мясном скотоводстве // Известия Оренбургского государственного аграрного университета. 2014. Вып. 2. С. 220–223.

7. Ван Диен Хуа, Гаврикова Н. Ю., Носкова Н. С. Математическое моделирование рынка продовольствия России // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2014. № 11-2. С. 201–203.

8. Иваньо Я. М., Петрова С. А. Оптимизационные модели аграрного производства в решении задач оценки природных и техногенных рисков. Иркутск: Изд-во Иркутского ГАУ, 2015. 177 с.

9. Барсукова М. Н., Иваньо Я. М. Авторегрессионные модели в задачах оптимизации сельскохозяйственного производства устойчивых предприятий // Вестник Воронежского технического университета. 2007. Т. 3, № 7. С. 102–105.

10. Головченко В. Б. Прогнозирование с использованием разнородной информации. Иркутск: Изд-во БГУЭП, 2005. 71 с.

11. Пузынина Н. В. Апробация методики прогнозирования показателей социально-экономического развития Забайкальского края на основе разнородной информации // Известия Иркутской государственной экономической академии. 2010. № 4 (72). С. 152–156.

12. Экономико-математические методы и прикладные модели: учеб. пособие для вузов / В. В. Федосеев [и др.]. М.: ЮНИТИ, 2002.

#### MODELS OF OPTIMIZATION LABOR COSTS FOR AGRARIAN PRODUCTION BASED ON NONLINEAR FUNCTIONS WITH EXTREME ESTIMATES

*Zhanna I. Varanitsa-Gorodovskaya*

Research Assistant,

Ezhevsky Irkutsk State Agricultural University, 1/1 Molodezhny Lane, Molodezhny, Irkutsk 664038, Russia

E-mail: zhanna\_gorodovsk@mail.ru

*Yaroslav M. Ivanio*

Dr. Sci. (Engineering), Prof.,

Ezhevsky Irkutsk State Agricultural University, 1/1 Molodezhny Lane, Molodezhny, Irkutsk 664038, Russia

E-mail: iymex@rambler.ru

The article analyzes the variability of labor costs for agrarian production and proposes nonlinear models for their description with provision for upper and lower estimates. An exponent and a hyperbola, which characterize the tendency of decrease in labor costs, are used as functions. The method of describing labor costs according to the main types of agricultural products in the form of nonlinear trends makes it possible to use parametric programming problems for optimizing labor resources. The proposed models for minimizing labor costs of agrarian production have been implemented at a medium-sized enterprise of Irkutsk Oblast. The results of modeling based on the predicted data have shown the possibilities of more efficient use of labor resources. The reduction of labor costs for the main production of the enterprises of this type is at least 5%.

*Keywords:* parametric linear programming; nonlinear model; labor costs; extreme estimates; agricultural enterprise.