

Научная статья

УДК 51-73

DOI: 10.18101/2304-5728-2025-1-16-25

КАНОНИЧЕСКИЕ ОБЩИЕ УРАВНЕНИЯ ГЕЛЬМГОЛЬЦА НОРМАЛЬНО НАМАГНИЧЕННЫХ ГИРОТРОПНЫХ ВОЛНОВОДОВ

© Итигилов Гарма Борисович

кандидат технических наук, доцент,

Восточно-Сибирский государственный университет технологий и управления

Россия, 670013, г. Улан-Удэ, ул. Ключевская, 40В

gablz@mail.ru

© Ширапов Дашадондок Шагдарович

доктор физико-математических наук, профессор,

Бурятский государственный университет имени Доржи Банзарова

Россия, 670000, г. Улан-Удэ, ул. Смолина, 24а

shir48@mail.ru

Аннотация. Из полученных в работе [1] общих уравнений Гельмгольца гибридных *HE*- и *EH*- электромагнитных волн, содержащих все три компоненты напряженностей электрического и магнитного полей, для гиротропных волноводов с произвольными ортогонально-криволинейными формами поперечного сечения при нормальном намагничивании, учитывающих тепловые потери, определены соответствующие канонические общие уравнения Гельмгольца, содержащие только продольные компоненты напряженностей электрического и магнитного полей. Полученные канонические общие уравнения Гельмгольца гибридных *HE*- и *EH*- электромагнитных волн необходимы для вывода частных уравнений Гельмгольца гибридных *HE*- и *EH*- электромагнитных волн гиротропных волноводов с прямоугольной, круглой и эллиптической формами поперечного сечения, учитывающих тепловые потери, которые, в свою очередь, позволяют поставить и решить соответствующие краевые задачи.

Ключевые слова: уравнение Гельмгольца, нормальное намагничивание, гиротропный волновод, электрическое поле, магнитное поле, краевая задача, гибридная электромагнитная волна.

Для цитирования

Итигилов Г. Б., Ширапов Д. Ш. Канонические общие уравнения Гельмгольца нормально намагнитенных гиротропных волноводов // Вестник Бурятского государственного университета. Математика, информатика. 2025. № 1. С. 16–25.

Введение

В СВЧ приборах, включая гиротропные волноводы, используются ферриты [2–5]. Из экспериментальных данных, полученных в [6], следует, что тангенс угла диэлектрических потерь для феррошпинелей, используемых в СВЧ устройствах, принимает значения в диапазоне $(2,5–25) \cdot 10^{-4}$.

Следовательно, в зависимости от материала изготовления феррита в гиротропных волноводах имеются значительные тепловые потери, влияющие как на характеристики распространяющихся в них электромагнитных волн, так и на основные параметры самих гиротропных волноводов. Поэтому требуется проведение исследований влияния тепловых потерь на упомянутые ранее параметры нормально намагниченных гиротропных волноводов и характеристики распространяющихся в них электромагнитных волн.

В то же время необходимым условием проведения таких исследований является наличие частных уравнений Гельмгольца гибридных *HE*- и *EH*-электромагнитных волн для гиротропных волноводов конкретной (прямоугольной, круглой, эллиптической) формы ортогонального поперечного сечения при нормальном намагничивании с последующим определением граничных условий и решений соответствующей краевой задачи.

В [1] были получены общие уравнения Гельмгольца для гиротропных волноводов с ортогонально-криволинейными формами поперечного сечения при нормальном намагничивании, содержащие все три компоненты напряженностей электрического и магнитного полей и учитывающие тепловые потери. Эти общие уравнения не позволяют непосредственно из них вывести частные уравнения Гельмгольца, учитывающие тепловые потери для нормально намагниченных гиротропных волноводов с прямоугольной, круглой и эллиптической формами поперечного сечения.

Целью данной работы является определение из общих уравнений Гельмгольца гибридных *HE*- и *EH*- электромагнитных волн, содержащих три компоненты напряженностей электрического и магнитного полей, соответствующие канонические общие уравнения Гельмгольца, содержащие только продольные компоненты напряженностей электрического и магнитного полей для нормально намагниченных гиротропных волноводов с произвольными ортогонально-криволинейными формами поперечного сечения и учитывающие тепловые потери.

1 Канонические общие уравнения Гельмгольца

Общие уравнения Гельмгольца гиротропных волноводов с произвольными ортогонально-криволинейными формами поперечного сечения при нормальном намагничивании, содержащие все компоненты напряженностей электрического и магнитного полей, учитывающие тепловые потери, имеют вид [1]: для гибридной *HE*- волны

$$\Delta_{11}H_z + \Delta_{22}H_z + j\gamma(\delta_1 H_1 + \delta_2 H_2) - j\omega^2 \varepsilon' m H_z + \omega^2 \varepsilon' \mu H_z = 0, \quad (1)$$

для гибридной *EH*- волны

$$\mu_{\parallel} \Delta_{11} E_z + \mu \Delta_{22} E_z + j\gamma(\mu_{\parallel} \delta_1 E_1 + \mu \delta_2 E_2) + \omega \mu_{\parallel} m \delta_1 H_z + \omega^2 \varepsilon' \mu_{\parallel} \mu E_z = 0. \quad (2)$$

При нормальном намагничивании тензор магнитной проницаемости феррита следующий [2]:

$$\mu_{ik} = \begin{pmatrix} \mu_{\parallel} & 0 & 0 \\ 0 & \mu & jm \\ 0 & -jm & \mu \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Здесь $\mu_{11} = \mu_{\parallel}, \mu_{22} = \mu_{33} = \mu, k = l = 0, m \neq 0, \mu_{\parallel} \approx \mu_0$,

$$\mu = \mu_0 + \mu_0 \frac{Y\mu_0 M_0 \omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2}; \quad m = \mu_0 \frac{\omega Y\mu_0 M_0}{\omega_0^2 - \omega^2};$$

$$\begin{aligned} \Delta_{11} &= \delta_1 \nabla_1 = \frac{1}{h_1} \left(\frac{\partial}{\partial x_1} + \Gamma_{21}^2 \right) \left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial x_1} \right) = \\ &= \frac{1}{h_1^2} \left(\frac{\partial}{\partial x_1} + \Gamma_{21}^2 - \Gamma_{11}^1 \right) \frac{\partial}{\partial x_1}; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{22} &= \delta_2 \nabla_2 = \frac{1}{h_2} \left(\frac{\partial}{\partial x_2} + \Gamma_{12}^1 \right) \left(\frac{1}{h_2} \frac{\partial}{\partial x_2} \right) = \\ &= \frac{1}{h_2^2} \left(\frac{\partial}{\partial x_2} + \Gamma_{12}^1 - \Gamma_{22}^2 \right) \frac{\partial}{\partial x_2}; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\nabla_1 = \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial x_1}; \quad \nabla_2 = \frac{1}{h_2} \frac{\partial}{\partial x_2}; \quad \delta_1 = \frac{1}{h_1} \left(\frac{\partial}{\partial x_1} + \Gamma_{21}^2 \right); \quad (6)$$

$$\delta_2 = \frac{1}{h_2} \left(\frac{\partial}{\partial x_2} + \Gamma_{12}^1 \right);$$

x_1, x_2 — поперечные координатные оси произвольной ортогональной системы координат; h_1, h_2 — коэффициенты Ламэ поперечных координатных осей [7]; $\Gamma_{12}^1 = \frac{1}{h_1} \frac{\partial h_1}{\partial x_2}, \Gamma_{21}^2 = \frac{1}{h_2} \frac{\partial h_2}{\partial x_1}$ — символы Кристоффеля

2-го рода [8]; (E_z, H_z) — продольные компоненты напряженностей электрического и магнитного полей; j — мнимая единица; γ — постоянная распространения;

$\varepsilon' = \varepsilon - j \frac{\sigma}{\omega}$ — комплексная диэлектрическая проницаемость феррита;

ε — абсолютная диэлектрическая проницаемость феррита; ω — циклическая частота; σ — удельная электрическая проводимость феррита.

В [1] получены формулы для поперечных компонент

$$\begin{cases} E_1 = -\frac{j\gamma}{b^2} \left\{ \nabla_1 E_z + \frac{\omega\mu}{\gamma} \left(\nabla_2 + \frac{m}{\mu} \gamma \right) H_z \right\}, \\ E_2 = -\frac{j\gamma}{a^2} \left\{ \nabla_2 E_z - \frac{\omega\mu_{\parallel}}{\gamma} \nabla_1 H_z \right\}, \\ H_1 = \frac{j\gamma}{a^2} \left\{ \frac{\omega\varepsilon}{\gamma} \nabla_2 E_z - \nabla_1 H_z \right\}, \\ H_2 = -\frac{j\gamma}{b^2} \left\{ \frac{\omega\varepsilon}{\gamma} \nabla_1 E_z + \left(\nabla_2 + \frac{\omega^2 \varepsilon m}{\gamma} \right) H_z \right\}, \end{cases} \quad (7)$$

гиротропных волноводов с произвольными ортогональными формами поперечного сечения при нормальном намагничивании. В формулах поперечных компонент

$$a^2 = \omega^2 \varepsilon' \mu_{11} - \gamma^2 = \omega^2 \varepsilon' \mu_{\parallel} - \gamma^2, \quad b^2 = \omega^2 \varepsilon' \mu_{22} - \gamma^2 = \omega^2 \varepsilon' \mu - \gamma^2.$$

Отметим, что для получения канонических общих уравнений Гельмгольца для нормально намагниченных гиротропных волноводов с произвольными ортогонально-криволинейными формами поперечного сечения, учитывающих тепловые потери, необходимо из уравнений (1) и (2) исключить поперечные компоненты напряженностей электрического и магнитного полей.

Поэтому для определения канонического общего уравнения Гельмгольца HE - электромагнитных волн, подставляя компоненты H_1 и H_2 из (7) в (1), будем иметь:

$$\begin{aligned} & \Delta_{11} H_z + \Delta_{22} H_z + j\gamma \delta_1 \left[\frac{j\gamma}{a^2} \left\{ \frac{\omega\varepsilon'}{\gamma} \nabla_2 E_z - \nabla_1 H_z \right\} \right] + \\ & + j\gamma \delta_2 \left[-\frac{j\gamma}{b^2} \left\{ \frac{\omega\varepsilon'}{\gamma} \nabla_1 E_z + \left(\nabla_2 + \frac{\omega^2 \varepsilon' m}{\gamma} \right) H_z \right\} \right] - \\ & - j\omega^2 \varepsilon' m \left[-\frac{j\gamma}{b^2} \left\{ \frac{\omega\varepsilon'}{\gamma} \nabla_1 E_z + \left(\nabla_2 + \frac{\omega^2 \varepsilon' m}{\gamma} \right) H_z \right\} \right] + \\ & + \omega^2 \varepsilon' \mu H_z = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Далее, раскрывая скобки в первой и второй строках, также раскрывая фигурную и круглую скобки в третьей строке, получим:

$$\begin{aligned}
 & \Delta_{11}H_z + \Delta_{22}H_z - \frac{\gamma}{a^2}\omega\varepsilon'\Delta_{12}E_z + \frac{\gamma^2}{a^2}\Delta_{11}H_z + \\
 & + \frac{\gamma}{b^2}\omega\varepsilon'\Delta_{12}E_z + \frac{\gamma^2}{b^2}\Delta_{22}H_z + \frac{\gamma}{b^2}\omega^2\varepsilon'm\delta_2H_z - \\
 & - j\omega^2\varepsilon'm\left[-\frac{j}{b^2}\omega\varepsilon'\nabla_1E_z - \frac{j\gamma}{b^2}\nabla_2H_z - \frac{j}{b^2}\omega^2\varepsilon'mH_z\right] + \\
 & + \omega^2\varepsilon'\mu H_z = 0.
 \end{aligned} \tag{9}$$

Раскрывая квадратную скобку в (9), будем иметь

$$\begin{aligned}
 & \Delta_{11}H_z + \Delta_{22}H_z - \frac{\gamma}{a^2}\omega\varepsilon'\Delta_{12}E_z + \frac{\gamma^2}{a^2}\Delta_{11}H_z + \\
 & + \frac{\gamma}{b^2}\omega\varepsilon'\Delta_{12}E_z + \frac{\gamma^2}{b^2}\Delta_{22}H_z + \frac{\gamma}{b^2}\omega^2\varepsilon'm\delta_2H_z - \\
 & - \frac{\omega^3\varepsilon'^2m}{b^2}\nabla_1E_z - \frac{\gamma}{b^2}\omega^2\varepsilon'm\nabla_2H_z - \\
 & - \frac{\omega^4\varepsilon'^2m^2}{b^2}H_z + \omega^2\varepsilon'\mu H_z = 0.
 \end{aligned} \tag{10}$$

После компоновки (10) получим:

$$\begin{aligned}
 & \Delta_{11}H_z\left(1 + \frac{\gamma^2}{a^2}\right) + \Delta_{22}H_z\left(1 + \frac{\gamma^2}{b^2}\right) - \\
 & - \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)\gamma\omega\varepsilon'\Delta_{12}E_z + \frac{\gamma}{b^2}\omega^2\varepsilon'm\delta_2H_z - \\
 & - \frac{\omega^3\varepsilon'^2m}{b^2}\nabla_1E_z - \frac{\gamma}{b^2}\omega^2\varepsilon'm\nabla_2H_z - \\
 & - \frac{\omega^4\varepsilon'^2m^2}{b^2}H_z + \omega^2\varepsilon'\mu H_z = 0.
 \end{aligned} \tag{11}$$

Произведя дальнейшее преобразование (11), будем иметь:

$$\begin{aligned}
 & \Delta_{11}H_z\left(\frac{a^2 + \gamma^2}{a^2}\right) + \Delta_{22}H_z\left(\frac{b^2 + \gamma^2}{b^2}\right) - \\
 & - \left(\frac{b^2 - a^2}{a^2b^2}\right)\gamma\omega\varepsilon'\Delta_{12}E_z + \frac{\gamma}{b^2}\omega^2\varepsilon'm(\delta_2 - \nabla_2)H_z - \\
 & - \frac{\omega^3\varepsilon'^2m}{b^2}\nabla_1E_z - \frac{\omega^4\varepsilon'^2m^2 - b^2\omega^2\varepsilon'\mu}{b^2}H_z = 0.
 \end{aligned} \tag{12}$$

В (12) сделаем следующие обозначения:

$$\frac{a^2 + \gamma^2}{a^2} = \frac{\omega^2 \varepsilon' \mu_{\parallel} - \gamma^2 + \gamma^2}{a^2} = \frac{\omega^2 \varepsilon' \mu_{\parallel}}{a^2}, \quad (13)$$

$$\frac{b^2 + \gamma^2}{b^2} = \frac{\omega^2 \varepsilon' \mu - \gamma^2 + \gamma^2}{b^2} = \frac{\omega^2 \varepsilon' \mu}{b^2}, \quad (14)$$

$$\delta_2 - \nabla_2 = \frac{1}{h_2} \left(\frac{\partial}{\partial x_2} + \Gamma_{12}^1 \right) - \frac{1}{h_2} \frac{\partial}{\partial x_2} = \frac{\Gamma_{12}^1}{h_2}. \quad (15)$$

Тогда (12) с учетом (13), (14), (15) примет вид:

$$\begin{aligned} & \frac{\omega^2 \varepsilon' \mu_{\parallel}}{a^2} \Delta_{11} H_z + \frac{\omega^2 \varepsilon' \mu}{b^2} \Delta_{22} H_z - \\ & - \left(\frac{b^2 - a^2}{a^2 b^2} \right) \gamma \omega \varepsilon' \Delta_{12} E_z + \frac{\gamma}{b^2} \frac{\omega^2 \varepsilon' m}{h_2} \Gamma_{12}^1 H_z - \\ & - \frac{\omega^3 \varepsilon'^2 m}{b^2} \nabla_1 E_z - \frac{\omega^4 \varepsilon'^2 m^2 - b^2 \omega^2 \varepsilon' \mu}{b^2} H_z = 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Оставив в левой части выражения, зависящие только от H_z , в правой — от E_z , получим:

$$\begin{aligned} & \frac{\omega^2 \varepsilon' \mu_{\parallel}}{a^2} \Delta_{11} H_z + \frac{\omega^2 \varepsilon' \mu}{b^2} \Delta_{22} H_z + \\ & + \frac{\gamma}{b^2} \frac{\omega^2 \varepsilon' m}{h_2} \Gamma_{12}^1 H_z - \frac{\omega^4 \varepsilon'^2 m^2 - b^2 \omega^2 \varepsilon' \mu}{b^2} H_z = \\ & = \left(\frac{b^2 - a^2}{a^2 b^2} \right) \gamma \omega \varepsilon' \Delta_{12} E_z + \frac{\omega^3 \varepsilon'^2 m}{b^2} \nabla_1 E_z. \end{aligned} \quad (17)$$

После дальнейших преобразований будем иметь:

$$\begin{aligned} & \frac{\omega^2 \varepsilon' \mu_{\parallel}}{a^2} \Delta_{11} H_z + \frac{\omega^2 \varepsilon' \mu}{b^2} \Delta_{22} H_z + \\ & + \frac{\omega^2 \varepsilon' (\gamma m \Gamma_{12}^1 - \omega^2 \varepsilon' m^2 h_2 + \mu b^2 h_2)}{b^2 h_2} H_z = \\ & = \left(\frac{b^2 - a^2}{a^2 b^2} \right) \gamma \omega \varepsilon' \Delta_{12} E_z + \frac{\omega^3 \varepsilon'^2 m}{b^2} \nabla_1 E_z. \end{aligned} \quad (18)$$

Умножая обе части (18) на $\frac{b^2}{\omega^2 \varepsilon' \mu}$, получим:

$$\begin{aligned} & \frac{\mu_{\parallel}}{\mu} \frac{b^2}{a^2} \Delta_{11} H_z + \Delta_{22} H_z + \\ & + \left(\frac{m}{\mu} \gamma \frac{\Gamma_{12}^1}{h_2} - \frac{\omega^2 \varepsilon' m^2}{\mu} + b^2 \right) H_z = \\ & = \left(\frac{b^2 - a^2}{a^2} \right) \frac{\gamma}{\omega \mu} \Delta_{12} E_z + \frac{\omega \varepsilon' m}{\mu} \nabla_1 E_z. \end{aligned} \quad (19)$$

В выражении (19)

$$\begin{aligned} b^2 - \frac{\omega^2 \varepsilon' m^2}{\mu} &= \omega^2 \varepsilon' \mu - \gamma^2 - \frac{\omega^2 \varepsilon' m^2}{\mu} = \\ &= \omega^2 \varepsilon' \frac{\mu^2 - m^2}{\mu} - \gamma^2 = c^2. \end{aligned} \quad (20)$$

Тогда, подставив (20) в (19), получим *каноническое* общее уравнение Гельмгольца гибридной *HE*- электромагнитной волны для гиротропных волноводов с произвольными ортогонально-криволинейными формами поперечного сечения при нормальном намагничивании, учитывающее тепловые потери

$$\begin{aligned} & \frac{\mu_{\parallel}}{\mu} \frac{b^2}{a^2} \Delta_{11} H_z + \Delta_{22} H_z + \left(c^2 + \frac{m}{\mu} \gamma \frac{\Gamma_{12}^1}{h_2} \right) H_z = \\ & = \left(\frac{b^2 - a^2}{a^2} \right) \frac{\gamma}{\omega \mu} \Delta_{12} E_z + \frac{\omega \varepsilon' m}{\mu} \nabla_1 E_z. \end{aligned} \quad (21)$$

Для получения канонического общего уравнения Гельмгольца гибридной *EH*- электромагнитной волны для гиротропных волноводов с произвольными ортогонально-криволинейными формами поперечного сечения при нормальном намагничивании подставляем E_1 и E_2 из (7) в (2). Тогда получим:

$$\begin{aligned} & \mu_{\parallel} \Delta_{11} E_z + \mu \Delta_{22} E_z + \\ & + j\gamma \mu_{\parallel} \delta_1 \left[-\frac{j\gamma}{b^2} \left\{ \nabla_1 E_z + \frac{\omega \mu}{\gamma} \left(\nabla_2 + \frac{m}{\mu} \gamma \right) H_z \right\} \right] + \\ & + j\gamma \mu \delta_2 \left[-\frac{j\gamma}{a^2} \left\{ \nabla_2 E_z - \frac{\omega \mu_{\parallel}}{\gamma} \nabla_1 H_z \right\} \right] + \omega \mu_{\parallel} m \delta_1 H_z + \\ & + \omega^2 \varepsilon' \mu_{\parallel} \mu E_z = 0. \end{aligned} \quad (22)$$

Далее, раскрывая скобки, будем иметь:

$$\begin{aligned}
 & \mu_{\parallel} \Delta_{11} E_z + \mu \Delta_{22} E_z + \frac{\gamma^2 \mu_{\parallel}}{b^2} \Delta_{11} E_z + \frac{\gamma \omega \mu_{\parallel} \mu}{b^2} \Delta_{12} H_z + \\
 & + \frac{\gamma^2 \omega \mu_{\parallel} m}{b^2} \delta_1 H_z + \frac{\gamma^2 \mu}{a^2} \Delta_{22} E_z - \frac{\gamma \omega \mu_{\parallel} \mu}{a^2} \Delta_{12} H_z + \\
 & + \omega \mu_{\parallel} m \delta_1 H_z + \omega^2 \varepsilon' \mu_{\parallel} \mu E_z = 0.
 \end{aligned} \tag{23}$$

После компоновки (23) получим:

$$\begin{aligned}
 & \mu_{\parallel} \Delta_{11} E_z \left(1 + \frac{\gamma^2}{b^2} \right) + \mu \Delta_{22} E_z \left(1 + \frac{\gamma^2}{a^2} \right) + \\
 & + \gamma \omega \mu_{\parallel} \mu \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2} \right) \Delta_{12} H_z + \omega \mu_{\parallel} m \left(\frac{\gamma^2}{b^2} + 1 \right) \delta_1 H_z + \\
 & + \omega^2 \varepsilon' \mu_{\parallel} \mu E_z = 0.
 \end{aligned} \tag{24}$$

Сделаем следующие преобразования в формуле (24)

$$1 + \frac{\gamma^2}{b^2} = \frac{b^2 + \gamma^2}{b^2} = \frac{\omega^2 \varepsilon' \mu - \gamma^2 + \gamma^2}{b^2} = \frac{\omega^2 \varepsilon' \mu}{b^2}, \tag{25}$$

$$1 + \frac{\gamma^2}{a^2} = \frac{a^2 + \gamma^2}{a^2} = \frac{\omega^2 \varepsilon' \mu_{\parallel} - \gamma^2 + \gamma^2}{a^2} = \frac{\omega^2 \varepsilon' \mu_{\parallel}}{a^2}. \tag{26}$$

Тогда (24) с учетом (25) и (26) примет вид:

$$\begin{aligned}
 & \frac{\omega^2 \varepsilon' \mu_{\parallel} \mu}{b^2} \Delta_{11} E_z + \frac{\omega^2 \varepsilon' \mu_{\parallel} \mu}{a^2} \Delta_{22} E_z + \\
 & + \gamma \omega \mu_{\parallel} \mu \left(\frac{a^2 - b^2}{a^2 b^2} \right) \Delta_{12} H_z + \frac{\omega^3 \varepsilon' \mu \mu_{\parallel} m}{b^2} \delta_1 H_z + \\
 & + \omega^2 \varepsilon' \mu_{\parallel} \mu E_z = 0.
 \end{aligned} \tag{27}$$

Умножив (27) на $\frac{b^2}{\omega^2 \varepsilon' \mu_{\parallel} \mu}$ и оставив в левой части выражения, завися-

щие только от E_z , а в правой части — от H_z , получим:

$$\Delta_{11} E_z + \frac{b^2}{a^2} \Delta_{22} E_z + b^2 E_z = \frac{\gamma}{\omega \varepsilon'} \left(\frac{b^2 - a^2}{a^2} \right) \Delta_{12} H_z - \omega m \delta_1 H_z. \tag{28}$$

Формула (28) представляет собой каноническое общее уравнение Гельмгольца гибридной EH - электромагнитной волны для гиротропных волноводов с произвольными ортогонально-криволинейными формами поперечного сечения при нормальном намагничивании, учитывающее тепловые потери.

Заключение

В работе была поставлена задача определения из общих уравнений Гельмгольца гибридных HE - (1) и EH - электромагнитных волн (2) для гиротропных волноводов с произвольными ортогонально-криволинейными формами поперечного сечения при нормальном намагничивании, содержащих три компоненты напряженностей электрического и магнитного полей и учитывающих тепловые потери, соответствующих канонических уравнений Гельмгольца гибридных HE - и EH - электромагнитных волн для гиротропных волноводов с произвольными ортогонально-криволинейными формами поперечного сечения при нормальном намагничивании относительно продольных компонент напряженностей электрического и магнитного полей, учитывающих тепловые потери, которые необходимы для последующего вывода частных уравнений Гельмгольца гибридных HE - и EH - электромагнитных волн для продольно намагниченных гиротропных волноводов с прямоугольной, круглой и эллиптической формами поперечного сечения, учитывающих тепловые потери.

Основные выводы:

1. Получено каноническое общее уравнение Гельмгольца гибридной HE - электромагнитной волны (21), учитывающее тепловые потери, для гиротропных волноводов с ортогонально-криволинейными формами поперечного сечения при нормальном намагничивании.
2. Получено каноническое общее уравнение Гельмгольца гибридной EH - электромагнитной волн (28), учитывающее тепловые потери, для гиротропных волноводов с ортогонально-криволинейными формами поперечного сечения при нормальном намагничивании.

Литература

1. Итигилов Г. Б., Ширапов Д. Ш., Кравченко В. А. Общие и частные уравнения Гельмгольца гиротропных волноводов при нормальном намагничивании с учетом тепловых потерь // Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции волн: материалы всероссийской открытой научной конференции (Россия, г. Муром, 25–27 июня 2024 г.). Муром, 2024. С. 113–122. DOI: 10.24412/2304-0297-2024-1-113-122.
2. Микаэлян А. Л. Теория и применение ферритов на сверхвысоких частотах. Ленинград: Госэнергоиздат, 1963. 664 с.
3. Лакс Б., Баттон К. Сверхвысокочастотные ферриты и ферримангетики // Москва: Мир, 1965. 676 с.
4. Гуревич А. Г., Мелков Г. А. Магнитные колебания и волны. Москва: Физматлит, 1994. 464 с.
5. Артемов М. Л., Афанасьев О. В., Сличенко М. П. Направление совершенствования характеристик перспективных антенных систем // Радиотехника. 2023. Т. 86, № 5. С. 184–198. DOI: <https://doi.org/10.18127/j00338486-202305-19>
6. Устинов А., Кочемасов В., Хасьянова Е. Ферритовые материалы для устройств СВЧ-электроники. Основные критерии выбора // СВЧ-электроника. 2015. № 8. С. 86–92.

7. Анго А. Математика для электро- и радиоинженеров. Москва: Наука, 1967. 780 с.

8. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. Москва: Наука. 1973. 832 с.

Статья поступила в редакцию 19.02.2025; одобрена после рецензирования 31.03.2025; принята к публикации 02.04.2025.

CANONICAL GENERAL HELMHOLTZ EQUATIONS FOR NORMALLY MAGNETIZED GYROTROPIC WAVEGUIDES

Garma B. Itigilov

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor
Associate Professor of the Department of Computing and Radioelectronic Systems
East Siberian State University of Technology and Management
670013, Ulan-Ude, Klyuchevskaya str., 40B, building 1, Russia

Dashadondok Sh. Shirapov

Doctor of Physico-Mathematical Sciences, Professor
Professor of the Department of System Analysis and Computer Modeling
Buryat State University Russia
670000, Ulan-Ude, Smolina str., 24A

Abstract. From the general Helmholtz equations of hybrid HE - and EH - electromagnetic waves obtained in [1], containing all three components of electric and magnetic field strengths, the corresponding canonical general Helmholtz equations containing only longitudinal components of stresses are determined for gyrotropic waveguides with arbitrary orthogonally curved cross-sectional shapes under normal magnetization and taking into account heat losses. electric and magnetic fields. The obtained canonical general Helmholtz equations of hybrid HE - and EH - electromagnetic waves are necessary for the derivation of partial Helmholtz equations of hybrid HE - and EH -electromagnetic waves of gyrotropic waveguides with rectangular, round and elliptical cross-sectional shapes, taking into account thermal losses, which in turn allow us to pose and solve the corresponding boundary value problems.

Keywords: Helmholtz equation, normal magnetization, gyrotropic waveguide, electric field, magnetic field, boundary value problem, hybrid electromagnetic wave.

For citation

Itigilov G. B., Shirapov D. Sh. Canonical General Helmholtz Equations for Normally Magnetized Gyrotropic Waveguides // Bulletin of Buryat State University. Mathematics, Informatics. 2025. N. 1. P. 16–25.

The article was submitted 19.02.2025; approved after reviewing 31.03.2025; accepted for publication 02.04.2025.