科学文章
UDC 503(510)
DOI 10.18101/2949-1657-2025-2-94-99

自学成才的组合数学家陆家羲的学术成就简介
——纪念中国国家自然科学一等奖获得者陆家羲诞辰 90 周年

朱丽波
（内蒙古师范大学 科学技术史研究院，呼和浩特，010022）
13848516556@139.com

罗见今 *
（内蒙古师范大学 科学技术史研究院，呼和浩特，010022）
lluojj@163.com

摘要. 陆家羲（1935-1983）， 内蒙古包头市九中物理教师， 自学成才的组合数学家，1983 年证明了国际数学界 130 多年未能证明的“不相交斯坦纳三元系大集定理”，获得中国政府第三次颁布的 1987 年国家自然科学一等奖，1984 年他的“可分解平衡不完全区组设计的存在性理论”(RBIBD)发表,标志着柯克曼女生相关问题的解决达到一个新的水平。
关键词：陆家羲；组合数学；区组设计；不相交斯坦纳三元系大集；柯克曼女生问题。

陆家羲 (1935–1983)， 上海人， 包头九中原物理教师，以“论不相交斯坦纳三元系大集”系列论文荣获我国国家自然科学一等奖 (1987 年)。

1950 年代初期，陆家羲得到一本孙泽瀛先生的《数学方法趣引》，这是介绍近代数学 (组合论和图论) 的一本通俗读物。此书 105 页，讲了哥尼斯堡七桥、哈密尔顿周游世界、四色定理、十五棋子、幻方、欧拉三十六军官、火柴游戏和科克曼女生共 8 个问题。陆家羲对最后一个问题产生了很大兴趣。书上写道：“这是非常困难的问题”，“还在未解决之列”，“至今还没法证明”…… 组合学家陆家羲 1935–1983

* 作者简介：朱丽波（1972-）， 女， 内蒙古赤峰人， 内蒙古师大计算机系毕业， 副教授，科技史研究院博士。

罗见今（1942-），河南新野人，退休教授，中国组合学会原理事， 陆家羲生前友好。

一共 6 页的介绍，把这个年青人完全吸引住了。他自己也没有料到，这本小册子把他引入数学大厦之门，确定了他终生的道路。

陆家羲在组合设计方面获得了 3 项重大成果，简要介绍如下。

一、证明“科克曼女生问题”存在性定理

“十五女生问题”是英国神甫、数学家科克曼 (T. P. Kirkman, 1806-1895) 于 1850 年在《女士与先生之日记》“疑问六”一文里提出来的，并于翌年在同刊上作出解答。该问题和他的解决方案已见本书。与此不同的方案还可以写出一些来 **。①

但这仅为 v=15 的情况。当 v=18 时就不可能作出类似的分组和散步安排。进一步的研究表明，$v=6k+3(k=1, 2,\ldots)$是分组存在的必要条件，但它是否充分的？数学家把这个问题推广，成为一般“科克曼女生问题”：就是需要证明科克曼三元系 (Kirkman triple systems) 存在的必要条件 $v\equiv3 \pmod 6$(即 v 减 3 须能被 6 整除)也是充分的。解决它的难度很大，在孙泽瀛先生写书时，已经过去 100 多年了，还未被攻克。

陆家羲向孙先生写信请教，千方百计翻查各种资料，大学期间潜心研究，在刚毕业的 1961 年，就完成一篇题为“冠克满系列和斯坦纳系列的制作方法”的论文。他后来写道，他解决了这一著名难题。1961、1963、1965 年，陆曾 3 次将论文寄给一些研究所和学报。但是，由于种种原因，该成果当时未受重视，遂被埋没。1983 年他去世后人们整理他的遗稿，仅发现 1965 年文。1985 年经组合学专家审定，该文已解决了这一著名难题。

1971 年查德哈利 (D. K. Ray Chaudhuri) 和威尔逊 (R. M. Wilson) 发表“科克曼女生问题的解”，攻克了百余年的疑难，列入教科书《组合学导引》(1977)，戴上了胜利的桂冠。“文革”几年后陆家羲才得知这一情况。虽然他早已解决，而且有历史材料可供佐证，但学术界不会承认未发表的成果，这对陆来说，无疑是一打击，但他并没有气馁。

二、证明“不相交斯坦纳三元系大集”定理

我们先介绍有关基本概念和它的历史发展，其中有的内容需要读区组设计的书。

今有一类基本的组合设计问题：将集合 X 中的 v 个不同元安排到 b 个区组 (子集) 中，使得 (i)每一区组恰含 k 个不同元，(ii)每元恰出现于 r 个不同区组，(iii)每对不同元恰出现于 λ 个不同区组。这类设计叫平衡不完全区组设计 (balanced incomplete block design)， 简写为 BIBD， 在统计学的实验设计理论中

①英国西尔沃斯特于 1861 年提出 15 女生散步的日程表能否安排 13 周，使得任意 3 人在整个过程中恰结伴一次？这就是科克曼女生问题 $D(15)$ =13 的问题，直到 1974 年才有人用计算机解决。至于对任意科克曼 v 阶三元系是否存在 $D(v)$ = v–2 个不相交的大集，这是一个非常困难的问题，迄今离解决还十分遥远。

很有用处。 一个 BIBD 有 5 个变量，所以记作(b, v, r, k,λ)设计。 易于证明，5 个变量间有两个基本关系；

$$b\,k = v\,r \tag{1}$$

$$r\,(k-1) = \lambda(v-1) \tag{2}$$

当 k=3，λ=l 时的 BIBD 叫斯坦纳三元系 (Steiner triple systems)， 简记为 $S(v)$，说明它有 v 个元，或阶为 v。$S(v)$由科克曼最早提出：1847 年他在《剑桥与都柏林数学杂志》上著文“关于一个组合问题”，提出并证明了这种三元系存在的必要充分条件是 $v\equiv1$，3 (mod 6)。 1853 年，出生于瑞士的德国几何学家斯坦纳 (J. Steiner, 1796-1863) 在一篇两页的论文中再次提出 $v\equiv1$，3 (mod 6) 这一必要条件对该三元系的存在是否也是充分的。以后有人解决了它，冠以“斯坦纳三元系”的名字，流传开来，科克曼的名字反而不为许多人所知了。

一个 $S(v)$的区组数为 $b = v\,(v-1)\,/\,6$ (3)

例如，一个 $S(7)$若用 1，2，…，7 来表示它的元，则为

1 2 3 1 4 5 1 6 7 2 4 6 2 5 7 3 4 7 3 5 6

这是(7，7，3，3，1)设计。又如，一个 $S(9)$是一个(12，9，4，3，1)设计：

1 2 3 1 4 7 1 5 9 1 6 8
4 5 6 2 5 8 2 6 7 2 4 9
7 8 9 3 6 9 3 4 8 3 5 7

b=12 个区组可由第一个方阵按行列式展式中 6 个乘积的顺序排出，另加 3 横行、3 纵列。

如果一个 $S(v)$能够通过调换元素的命名或区组排列而得到另一个，那么就认为它们是等价的，否则，就是不同的。如果两个 $S(v)$没有一个区组是共同的，那么它们是不相交的，或称互斥的。用 $D(v)$来表示区组两两互不相交的 $S(v)$的最大个数，易知对 $v\geq3$

$$1 \leq D(v) \leq v-2 \tag{4}$$

由于 v 元集 X 所能构成的全部不同的三元组的总数是 $\binom{v}{3} = v(v-1)(v-2)\,/\,6$， 由(3)知一个 $S(v)$共有 $b=v(v-1)\,/\,6$ 个不同的三元组，于是有猜测 $D(v) = \binom{v}{3}\,/\,b = v-2$ (5)

满足(5)的所有 $v-2$ 个 $S(v)$叫做不相交斯坦纳三元系大集。例如 $D(9)$=7，此只列 7 个方阵：

1 2 4 1 2 8 1 2 5 1 2 9 1 2 3 1 2 6 1 2 7
3 7 8 9 4 3 9 8 3 7 4 3 4 6 9 3 5 7 3 4 6
9 5 6 7 6 5 4 7 6 5 8 6 7 8 5 4 8 9 5 9 8

每个方阵可用例 $S(9)$所示方法展开成具有 12 个三元组的 $S(9)$，7 个不相交 $S(9)$共有 84 个不同三元组，即为一大集。英国数学家凯利 (A．Cayley) 在 1850 年证明了 $D(7)$=2，即不相交 $S(7)$只有两个而非 5 个。对上边例 $S(7)$而言，另一个是

3 5 7 1 2 7 1 3 4 1 5 6 2 3 6 2 4 5 4 6 7

这两个 $S(7)$不构成大集。陆家羲就是在这个大集问题上，作出了具有国际第一流水平的成果。

1977 年，中国迎来了科学的春天，陆家羲象一个衔枚疾走的战士，又发起了新的进攻—— 这次他选定的目标， 就是 130 多年未解决的“不相交斯坦纳三元系大集”问题。

大集问题在历史上是逐步形成的。继凯利证明 $D(7)=2$(1850)、科克曼证明 $D(9)=7$(1850)之后，西尔沃斯特 (J. J. Sylvester, 1814-1897) 在 1861 年、瓦列斯基在 1883 年、贝思 (S. Bays) 在 1917 年、艾木克 (A. Emch) 在 1929 年都重复证明了 $D(9)=7$，百余年间踏步不前，这种状况持续到 1974 年，德尼斯顿 (R. H. F. Denniston) 等人算出满足 $D(v)=v-2$ 的阶数较低的 v, 有的是借助计算机才找到的。到 1976 年前，对 $v\equiv1$，3(mod 6)，$9\le v\le205$，除了 $v=37$，85，97，109，133，141，145，157，181，195 之外，其余的 v，方能满足 $D(v)=v-2$。 由于 v 是无穷多的，这些结果虽是必要的，但还差得远，问题显示出特殊的困难性。

数学家们开辟了另一条道路。1917 年，贝思提出一个猜想，即对任 $v=1$，3(mod 6)，$v>7$，是否存在

$$D(v)\ge(v-1)/2 \tag{6}$$

贝思猜想把下界提高到刚超过 $v-2$ 的一半，这是继科克曼 1850 年提出下界问题：$D(13)\ge3$，$D(15)\ge2$ 之后较勇敢的设想，直到 1972 年才有多茵 (J. Doyen) 证明了它，并向前跨了一步，他得到

$$D(6m+3)\ge\begin{cases}4m+1, 若 m\equiv 0,2(\operatorname{mod}3)\\ 4m-1,\ \ 若 m\equiv 1(\operatorname{mod}3)\end{cases} \tag{7}$$

$$D(6m+1)\ge\begin{cases}m/2, 若 m\equiv 0(\operatorname{mod}2)\\ m,\ \ 若 m\equiv 1(\operatorname{mod}2)\end{cases} \tag{8}$$

以后有人改进为

$$D(6m+1)\ge3m+1，对\ m\equiv 1(\operatorname{mod} 2) \tag{9}$$

沿着提高下界的道路能否达到最终目的，现在我们还不知道。百余年间虽有进展，但目标还很遥远。但多茵用递归法得到

$$D(2v+1)\ge D(v)+2，\quad 对\ v\ge7 \tag{10}$$

它用较阶的 v 来证明较高阶的 $v'=2v+1$，暗示了新的途径。很快，1973 年特灵克(L. Teirlinck)得出

$D(3v)\ge2v+D(v)$， 对 $v\ge3$ (11) 并推出 $D(3^m)=3^m-2$， 对 $m\ge1$ (12)

接着罗莎 (A. Rosa) 于 1975 年获得：如果

$$D(v)=v-2，则\ D(2v+1)=2v-1 \tag{13}$$

这些简洁优美的递归构造显示出：对无穷多个 v 值，(5)式成立。

1976 年之后有 5~6 年，这一问题的讨论又沉寂下来。以上所述各路大军，延师攻关，但徘徊异路，逡巡而不得进。从 1847 年到 1982 年有数学家 410 人次发表了关于斯坦纳系的论文 957 篇；其中关于大集问题的论文，所得结果零碎，离完全解决尚有很大差距。

就在这个时候，1981 **年** 9 **月** 18 **日**，设在美国加利福尼亚大学洛杉矶分校数学系的国际性刊物《组合论杂志》编辑部，接连收到陆家羲“论不相交斯坦纳三元系大集”的 6 **篇英文**论文[1][2]，**宣告了大集**问题的整体解决。该刊 A 辑在 1983 **年**

3 月、1984 年 9 月以 100 页篇幅全文刊登了这位中学教师的重大成果。但他没有来得及看到后 3 篇。

陆家羲的论文证明了以下的大集定理：

如果 $v\equiv1$，3(mod6)，$v>7$ 和 $v\neq\{141，283，501，789，1501，2365\}$，则 $D(v)=v-2$

这个定理由 7 个引理推出。至此，除 $v>7$ 的 6 个值外，猜想 $D(v)=v-2$ 已全部成立。

陆家羲创造性地利用了前人的成果，应用递归法，独创了 5 个各具特色的结构，依据 6 篇论文的 55 个定理或引理，以高屋建瓴的气概，一举整体地解决了大集问题。它是斯坦纳系发展的里程碑，将以现代区组设计理论的一项重大成就而名垂史册。陆家羲荣获中国第三次 1987 年国家自然科学一等奖。

三、推进"RBIB 设计的存在性理论"

陆家羲去世后，1984 年末《数学学报》发表了他 1979 年写成的论文"可分解(resolvable) 平衡不完全区组（RBIB）设计的存在性理论"[3]，全文 11 页。当我国学者将此文的结果向国际知名学者介绍时，他们都表示惊讶，认为其价值不亚于"大集定理"，并希望将此文译成英文，再度发表。这是陆的第 3 项重大成就。

陆家羲的成就[4]-[6]鼓舞了许多立志献身科学的青年。不分国籍、性别、地位、信仰，科学将接受来自任何方面的贡献，而历史也终将给予他们以公正的评价。

参考文献

1. Lu jiaxi. On Large Sets of Disjoint Steiner Triple Systems I-III, *Journal of Combinatorial Theory*, Series A, Vol. 34, No. 2, March 1983: 140-182.

2. Lu jiaxi. On Large Sets of Disjoint Steiner Triple Systems IV-VI, *Journal of Combinatorial Theory*, Series A, Vol. 37, No. 2, September 1984: 136-192.

3. 陆家羲. 可分解平衡不完全区组设计的存在性理论. 数学学报, 1984(4): 458-468.

4. 吴利生.关于 S (2, 3, *v*) 的大集和 RBIB 的存在性问题——我国组合数学工作者陆家羲同志的贡献,数学研究与评论,4, 1984(1):151-154.

5. 康庆德. 斯坦纳和科克曼三元系及大集问题，上海:自然杂志, 8, 1985(6):459.

6. 罗见今.Steiner 系若干课题研究的历史回顾——陆家羲学术工作背景概述, 数学进展 15,1986(2):175-184.

文章提交于 2025.07.12；审核通过于 2025.09.03；接受出版于 2025.10.08。

Introduction to the Academic Achievements of Self-Taught Combinatorial Mathematician Lu Jiaxi
Commemorating the 90th anniversary of the birth of Lu Jiaxi, the first prize winner of the National Natural Science Award in China

Zhu Libo
13848516556@139.com

Luo Jianjin[1]*
lluojj@163.com

Institute for the History of S & T, Inner Mongolia Normal University
Hohhot 010022, Inner Mongolia Autonomous Region

Abstract. Lu Jiaxi (1935–1983), a physics teacher at No. 9 Middle School in Baotou City, Inner Mongolia, was a self-taught combinatorial mathematician. In 1983, he proved the theorem of large sets of disjoint steiner triple systems that had not been proven in the international mathematical community for more than 130 years. He won the first prize of the National Natural Science Award in 1987, which was issued by the Chinese government for the third time. In 1984, his "The Existence Theory of Resolvable Balansed Incomplete Block Design" (RBIBD) was published, marking a new level of problem-solving for Kirkman girls.
Keywords: Lu Jiaxi, combinatorics, block design, the large sets of disjoint Steiner triple systems, Kirkman schoolgirl problem.

For citation
Zhu Libo, Luojianjin. Introduction to the Academic Achievements of Self-Taught Combinatorial Mathematician Lu Jiaxi. *Oriental Vector: History, Society, State.* 2025; 2: 95–99 (In Russ.)

The article was submitted 12.07.2025; approved after review 03.09.2025; accepted for publication 08.10.2025.

* Author Introduction: Zhu Libo (1972-), female, from Chifeng, Inner Mongolia, graduated from the Computer Department of Inner Mongolia Normal University, associate professor, and holds a PhD from the Institute of Science and Technology History. Luo Jianjin (1942-), a Xinye city man from Henan province, retired professor, council member of the Chinese Society of Combinatorics, and friendly to Lu Jiaxi during his lifetime.